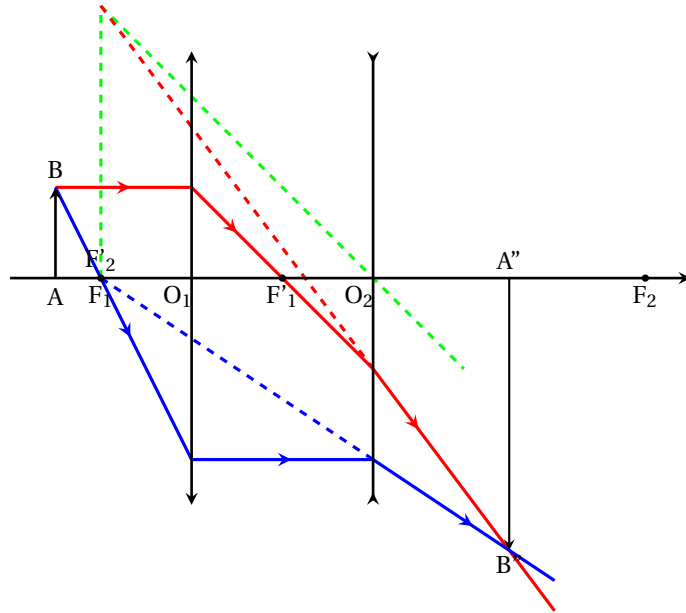


Corrigé DM2

Exercice 1 : Étude d'un oculaire

1.a)



L'image est **réelle, renversée** et **agrandie**.

1.b) On note A' le conjugué de A par $(\mathcal{L}_1)$: $A \xrightarrow{(\mathcal{L}_1)} A' \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} A''$. On utilise les relations de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{O_1 A'}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1 A'} = \frac{f'_1 \overline{O_1 A}}{f'_1 + \overline{O_1 A}} = \frac{a \times \left(-\frac{3}{2}a\right)}{a - \frac{3}{2}a} = 3a$$

$$\frac{1}{\overline{O_2 A''}} - \frac{1}{\overline{O_2 A'}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2 A''} = \frac{f'_2 \overline{O_2 A'}}{f'_2 + \overline{O_2 A'}} = \frac{-3a \times a}{-3a + a} = \frac{3}{2}a$$

Pour le grandissement, on trouve :

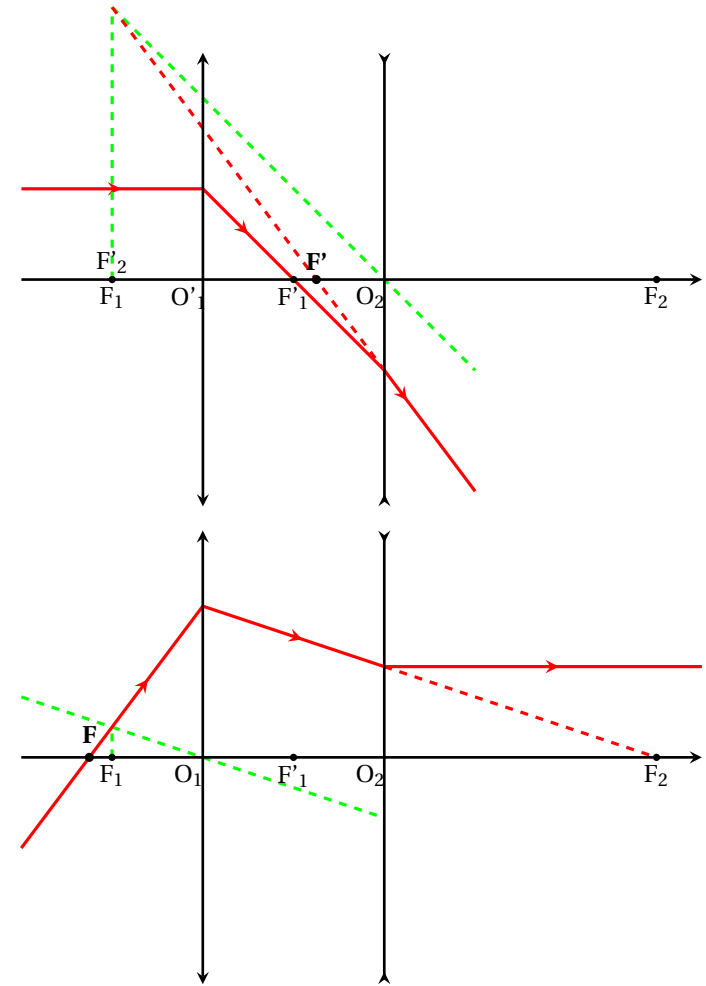
$$\gamma = \frac{\overline{A'' B''}}{\overline{AB}} = \gamma_1 \times \gamma_2 = \frac{\overline{O_2 A''}}{\overline{O_2 A'}} \times \frac{\overline{O_1 A'}}{\overline{O_1 A}} \Leftrightarrow \gamma = \frac{\frac{3}{2}a}{a} \times \frac{3a}{-\frac{3}{2}a} = -3$$

Les valeurs obtenues sont bien cohérentes avec la figure.

2.a) Voir cours.

2.b) Un système de deux lentilles est afocal si F'_1 et F_2 sont confondus, ce qui n'est pas le cas de ce doublet. (En revanche, on remarque que F_1 et F'_2 sont confondus).

2.c)



2.d) Par définition : $A_\infty \xrightarrow{(L_1)} F'_1 \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} F'$: F' est le conjugué de F'_1 par la lentille $(\mathcal{L}_2)$. On en déduit, d'après la relation de Newton :

$$\overline{F_2 F'_1} \times \overline{F'_2 F'} = -(f'_2)^2 \Rightarrow \overline{F'_2 F'} = -\frac{(f'_2)^2}{\overline{F_2 F'_1}} = -\frac{9a^2}{-4a} = \frac{9}{4}a$$

Par définition : $F \xrightarrow{(L_1)} F_2 \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} A'_\infty$: F est le conjugué de F_2 par la lentille $(\mathcal{L}_1)$. On en déduit, d'après la relation de Newton :

$$\overline{F_1 F} \times \overline{F'_1 F_2} = -(f'_1)^2 \Rightarrow \overline{F_1 F} = -\frac{(f'_1)^2}{\overline{F'_1 F_2}} = -\frac{a^2}{4a} = -\frac{a}{4}$$

3.a) Par conjugaison : $F_1 \xrightarrow{(L_1)} A'_\infty \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} F'_2$. Puisque les points F'_2 et F_1 sont confondus, F_1 est bien conjugué avec lui-même par l'oculaire (voir tracé de la question 1.a). Pour ce point, on a $x = -a$.

3.b) Par définition d'un point double : $O \xrightarrow{(L_1)} O' \xrightarrow{(\mathcal{L}_2)} O$. D'après la relation de Descartes :

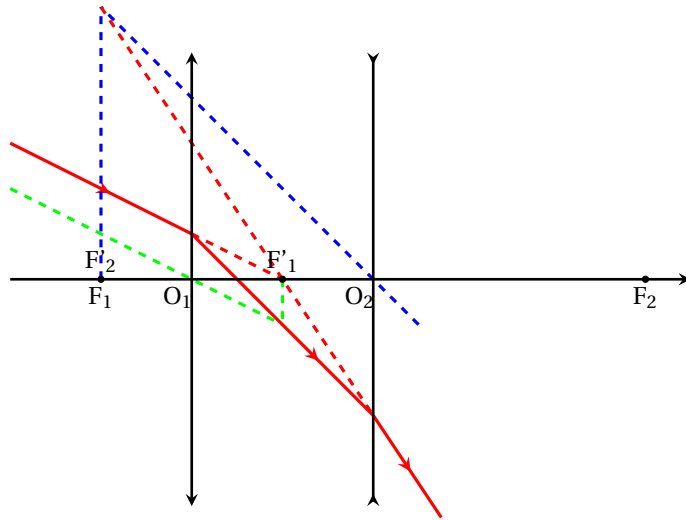
$$\begin{cases} \frac{1}{\overline{O_1 O'}} - \frac{1}{\overline{O_1 O}} = \frac{1}{a} \\ \frac{1}{\overline{O_2 O}} - \frac{1}{\overline{O_2 O'}} = -\frac{1}{3a} \end{cases} \iff \begin{cases} \frac{1}{\overline{O_1 O'}} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} \\ \frac{1}{x-2a} - \frac{1}{\overline{O_2 O'}} = -\frac{1}{3a} \end{cases} \iff \boxed{\overline{O_1 O'} = \frac{ax}{a+x}} \text{ et } \boxed{\overline{O_2 O'} = \frac{3a(x-2a)}{a+x}}$$

3.c) Ces fractions sont définies puisqu'on suppose que $x \neq -a$. On écrit la relation de Chasles suivante : $\overline{O_2 O'} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 O'} = \overline{O_1 O'} - 2a$, on en déduit que :

$$\frac{3a(x-2a)}{a+x} = \frac{ax}{a+x} - 2a = \frac{-2a^2 - ax}{a+x} \iff 3ax - 6a^2 + 2a^2 + ax = 0 \iff \boxed{x = a}$$

Il existe un autre point double, confondu avec F'_1 .

3.d)



Exercice 2 : Alimentation d'un récepteur électrique

1. Sur le graphe, on reconnaît que le produit UI est toujours positif. Puisque ce dipôle est un générateur, sa puissance fournie doit toujours être positive. Ici, il faut donc que la puissance fournie s'écrive $\mathcal{P}_f = +UI$. On en déduit que la caractéristique a été tracée en convention **générateur**.

2. En analysant la courbe, on voit que la caractéristique cesse d'être linéaire pour des courants supérieurs à 20mA. Dans le domaine $[0, 20\text{mA}]$, la caractéristique est linéaire et la relation entre U et I peut s'écrire (en convention générateur) sous la forme $U = E - rI$.

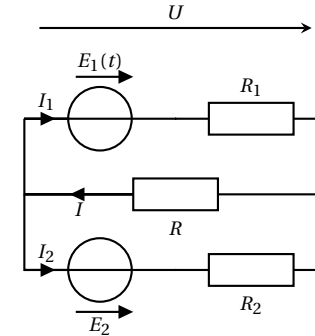
Par identification, la fem est égale à la tension à vide, c'est-à-dire lorsque $I = 0$ tandis que r est égale à l'opposé de la pente de la caractéristique. D'après la lecture du document, on trouve :

$$\begin{cases} \boxed{E = 1,8\text{V}} \\ \boxed{r = -\frac{0,8 - 1,8}{0,02} = 50\Omega} \end{cases}$$

3. Par application de la loi de Pouillet : $I = \frac{E_1(t)}{R + R_1}$ et $\mathcal{P}_R = RI^2 = R \times \left(\frac{E_1(t)}{R + R_1} \right)^2$.

4. Les AN donnent $E_1(0) = 6\text{V}$; $E_1(24) = 4,8\text{V}$, $\mathcal{P}_R(0) = 0,73\text{W}$ et $\mathcal{P}_R(24) = 0,47\text{W}$, ce qui donne $\frac{\mathcal{P}_R(0) - \mathcal{P}_R(24)}{\mathcal{P}_R(0)} = 36\%$.

5. On note U la tension commune aux bornes des trois branches en dérivation.



$$\text{On peut écrire : } \begin{cases} U = E_1 - R_1 I_1 \implies I_1 = \frac{E_1 - U}{R_1} = G_1(E_1 - U) \\ U = E_2 - R_2 I_2 \implies I_2 = \frac{E_2 - U}{R_2} = G_2(E_2 - U) \\ U = RI \implies I = \frac{U}{R} = GU \end{cases}$$

La loi des nœuds donne :

$$I = I_1 + I_2 \implies GU = G_1(E_1 - U) + G_2(E_2 - U) \implies (G + G_1 + G_2)U = G_1 E_1 + G_2 E_2 \implies U = \frac{G_1 E_1 + G_2 E_2}{G + G_1 + G_2}$$

$$\text{On en déduit finalement que } \boxed{I = GU = G \times \frac{G_1 E_1 + G_2 E_2}{G + G_1 + G_2}}$$

6. Les AN donnent $\mathcal{P}_R(0) = 1,61\text{W}$ et $\mathcal{P}_R(24) = 1,58\text{W}$ ce qui donne $\frac{\mathcal{P}_R(0) - \mathcal{P}_R(24)}{\mathcal{P}_R(0)} = 1,4\%$. La diminu-

tion relative de puissance est beaucoup plus faible avec l'accumulateur, il joue bien son rôle de stabilisateur.

7. La puissance fournie par l'accumulateur vaut $\mathcal{P}_{\text{acc}} = UI_2$ (convention générateur). À $t = 0$, $U(0) = 4,01\text{V}$ et $I_2(0) = G_2(E_2 - U) = -97\text{mA}$. Le produit $UI_2 < 0$, par conséquent l'accumulateur se comporte comme un récepteur à la date $t = 0$.

8. On cherche la date à laquelle la puissance UI_2 change de signe. U ne change jamais de signe car $E_1 \geq 0$ (la pile arrête de débiter lorsque la fem s'annule) et $E_2 > 0$. Le courant I_2 change de signe lorsque :

$$U = E_2 \iff \frac{G_1 E_1 + G_2 E_2}{G + G_1 + G_2} = E_2 \iff E_1(t) = \frac{(G + G_1)E_2}{G_1} = \left(1 + \frac{G}{G_1}\right)E_2 = 5,6\text{V}$$

$$\text{La date correspondante vérifie } \boxed{t = \tau \times \frac{E_1^0 - E_1(t)}{E_1^0} = 120 \times \frac{6 - 5,6}{6} = 8\text{h}}$$

Au bout de 8 heures, l'accumulateur restitue au circuit l'énergie qu'il a accumulé jusque là.