

DM de physique n° 3

Exercice 1 : Point glissant à l'intérieur d'une cuvette sphérique

Un objet ponctuel M de masse m peut glisser sans frottement à l'intérieur d'une cuvette sphérique de centre C et de rayon R . On le lance de manière à ce que sa trajectoire soit circulaire (en pointillés sur la **Figure 1**), de centre O et de rayon r . On repère la position de M dans la base cylindrique $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ représentée sur la **Figure 2**. On note α l'angle entre le vecteur $\vec{CM}$ et la verticale ; il demeure **constant** au cours du mouvement. On note θ la position angulaire de la masse sur sa trajectoire circulaire.

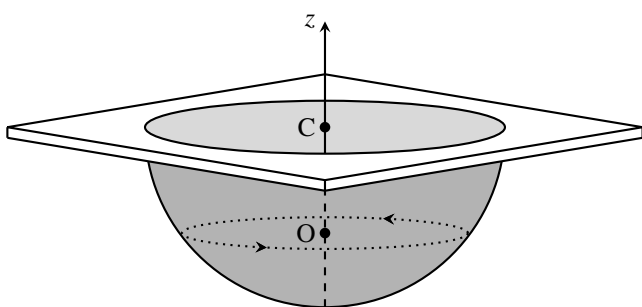


Figure 1 : vue en perspective

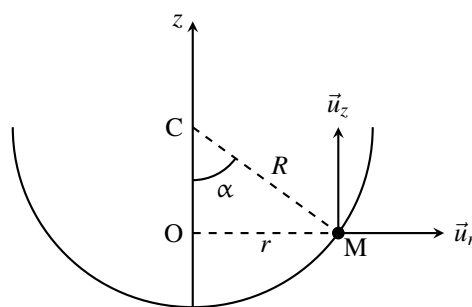


Figure 2 : vue plane

1. Exprimer le rayon r de la trajectoire en fonction de R et α .
2. Reproduire la **Figure 2** et y représenter le vecteur $\vec{u}_\theta$ de sorte que $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ soit une base directe.
3. Exprimer la vitesse $\vec{v}$ et l'accélération $\vec{a}$ de la masse dans la base cylindrique.
4. En appliquant le principe fondamental de la dynamique montrer que le mouvement est nécessairement uniforme.
5. Exprimer la réaction normale $N = \|\vec{N}\|$ de la cuvette en fonction de m , α et du champ de pesanteur g .
6. Exprimer la vitesse v de la masse en fonction de R , α et g .

Exercice 2 : Saut d'un ressort

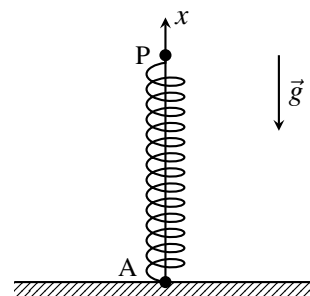
Deux masses m et M sont placées aux extrémités d'un ressort élastique de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k . La masse M est posée sur le sol, en A. La masse m est située à l'autre extrémité du ressort, en P. On suppose que les masses ne peuvent se déplacer que le long de l'axe vertical (Ox) .

Dans un premier temps, on suppose que la masse M située en A ne décolle pas du sol.

1. Déterminer la longueur du ressort à l'équilibre.

À la date $t = 0$ on lance la masse m verticalement, vers le haut, avec une vitesse v_0 , depuis sa position d'équilibre.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la position $x(t)$ masse m , mesurée **par rapport à sa position d'équilibre**. Exprimer la période propre du système.



3. Résoudre l'équation précédente et déterminer $x(t)$.

Dans les questions qui suivent, on cherche à savoir si la masse M située en A peut décoller du sol.

4. Faire le bilan des forces extérieures qui s'exercent sur la masse M .

5. Déterminer, en fonction du temps, l'expression de la réaction du sol sur la masse M .

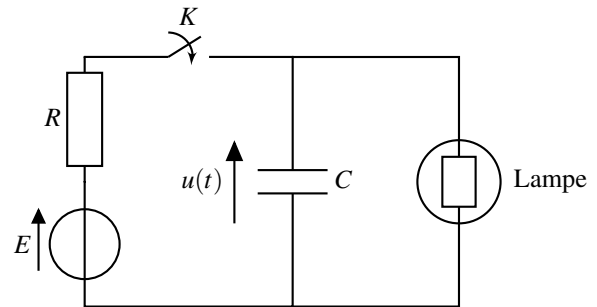
6. Montrer que la masse M décolle à condition que v_0 soit supérieure à une vitesse v_{dec} que l'on exprimera en fonction des données du problème.

Exercice 3 : Alimentation d'une lampe avec un circuit RC

Une lampe au néon se comporte comme un interrupteur ouvert quand elle est éteinte et comme une résistance r quand elle est allumée. La lampe s'allume quand la tension à ses bornes devient supérieure à $E_a > 0$ dite tension d'allumage. Elle s'éteint quand la tension à ses bornes devient inférieure à la valeur E_e , dite tension d'extinction.

On posera $\tau = RC$, $\tau' = \frac{r}{r+R}RC$ et $E' = \frac{r}{r+R}E$.

On suppose que $0 < E' < E_e < E_a < E$.



On place la lampe éteinte dans le circuit ci-contre, le condensateur étant initialement déchargé. Une lampe au néon se comporte comme un interrupteur ouvert quand elle est éteinte et comme une résistance r quand elle est allumée. La lampe s'allume quand la tension à ses bornes devient supérieure à $E_a > 0$ dite tension d'allumage. Elle s'éteint quand la tension à ses bornes devient inférieure à la valeur E_e , dite tension d'extinction.

1. Justifier que la lampe reste éteinte à l'instant où l'on ferme l'interrupteur K . Tracer alors le schéma équivalent du circuit.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u(t)$ aux bornes de la lampe au néon.
3. Donner l'expression de $u(t)$.
4. Justifier que la lampe s'allume au bout d'un certain temps. Donner l'expression de la date t_0 à laquelle la lampe s'allume, en fonction de τ , E et E_a . Tracer l'allure du graphe de $u(t)$ entre $t = 0$ et t_0 .
5. Tracer un schéma équivalent du circuit une fois la lampe allumée, puis établir la nouvelle équation différentielle vérifiée par $u(t)$.
6. Déterminer $u(t)$ pour $t > t_0$.
Attention la condition initiale est maintenant en $t = t_0$ et pas en $t = 0$!!
7. Justifier que la lampe s'éteint au bout d'un certain temps. Déterminer la date t_1 à laquelle la lampe s'éteint, en fonction de t_0 , τ' , E' , E_a et E_e . Compléter le graphe de $u(t)$ entre t_0 et t_1 .
8. Montrer qu'alors la tension $u(t)$ devient périodique. Donner l'expression de la période T en fonction de E , E_a , E_e , r , R et C .
9. AN : $E = 110\text{ V}$, $E_a = 80\text{ V}$, $E_e = 60\text{ V}$, $r = 0,5\text{ M}\Omega$, $R = 1,5\text{ M}\Omega$ et $C = 1\text{ }\mu\text{F}$. Calculer T .