TD 13 : Interférences

⋆ Exercice 1 : Interférences sur une cuve à onde

Deux pointes distantes de a frappent en même temps, à intervalles réguliers, la surface d'eau d'une cuve à onde en deux points S_1 et S_2. On définit sur la cuve un repère Oxy tel que O est au centre du segment $[S_1S_2]$. L'allure de la cuve, sous éclairage stroboscopique, est représentée sur la figure 1. La figure est foncée là où la surface de l'eau est concave et claire là ou la surface est convexe. L'amplitude des oscillations est plus faible là où la figure est moins contrastée. La figure 2 représente l'amplitude de vibration de l'eau en tout point de la cuve. Elle est d'autant plus claire que l'amplitude est élevée.

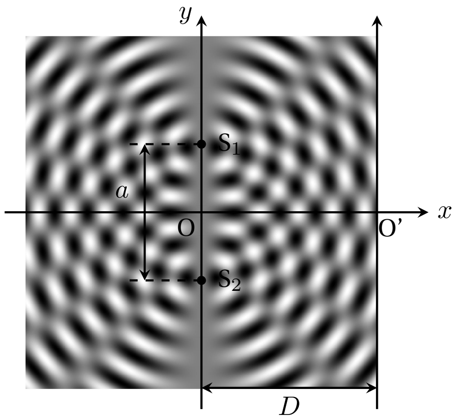


Figure 1 : Image de la cuve à onde éclairée par stroboscopie

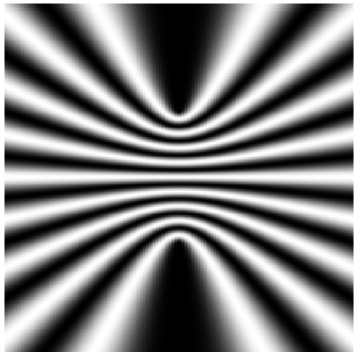
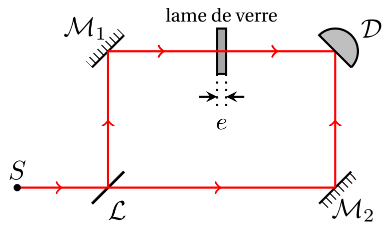


Figure 2 : Amplitude de vibration de l'eau dans le plan (Oxy)

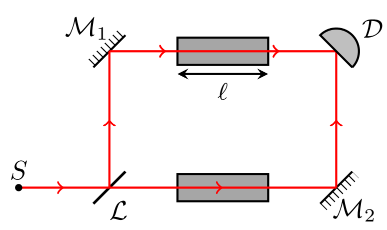
1. Quelle est la nature des interférences sur l'axe Ox ? Justifier.
2. a) L'amplitude de vibration est nulle pour tous les points de l'axe Oy tels que $y > \frac{a}{2}$ et $y < -\frac{a}{2}$. Que peut-on dire du rapport $\frac{a}{\lambda}$?
2. b) Soit M un point de l'axe Oy situé entre les deux pointes. Déterminer le déphasage entre les ondes qui interfèrent en M. En déduire que l'amplitude des oscillations s'annule périodiquement sur l'intervalle $\left[-\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right]$ et exprimer l'interfrange. En déduire la valeur du rapport $\frac{a}{\lambda}$.
3. Soit M un point de l'axe $O'y$ situé à une distance D de l'axe Oy ($D \gg a$ et $D \gg y$). Déterminer le déphasage entre les deux ondes en M en fonction de y. En déduire que l'amplitude de vibration s'annule périodiquement sur cet axe. Exprimer l'interfrange.

⋆ Exercice 2 : Interféromètre de Mach-Zender

Un interféromètre de Mach-Zender est constitué d'une lame semi-réfléchissante et de deux miroirs plans. La lame semi-réfléchissante est supposée équilibrée, c'est-à-dire qu'elle divise un faisceau incident en un faisceau réfléchi et un faisceau transmis d'amplitudes égales. On suppose le système réglé de manière à ce que les distances parcourues par les deux rayons lumineux entre la source et le détecteur $\mathcal{D}$ soient égales. On note λ la longueur d'onde dans le vide de l'onde lumineuse.



Montage 1



Montage 2

Dans un premier temps, on place une lame de verre d'indice de réfraction n et d'épaisseur e sur l'un des deux chemins (**montage 1**).

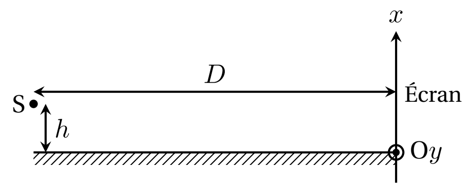
1. Quelle est la nature des interférences entre les deux ondes lumineuses, au niveau du détecteur, en l'absence de lame de verre ?
2. Exprimer la différence de marche δ introduite par la lame de verre.
3. Quelle est la plus petite épaisseur e telle que l'intensité lumineuse reçue par le détecteur est nulle ?
   AN : $\lambda = 532\,\text{nm}, \ n = 1,5$.

Dans un second temps, on place sur les deux chemins des tubes identiques de longueur ℓ initialement remplis d'air à température et pression ambiante, d'indice de réfraction n (**montage 2**). On fait progressivement le vide à l'intérieur de l'un des deux tubes.

4. Que vaut l'ordre d'interférence sur le détecteur lorsque les deux tubes sont remplis d'air ? Expliquer ce que l'on observe au niveau du détecteur à mesure que l'on fait le vide dans l'un des deux tubes. Une fois l'opération terminée, on mesure un ordre d'interférence $p = 112$ sur le détecteur. En supposant que le vide obtenu est parfait, déterminer numériquement $n - 1$.
   AN : $\lambda = 532\,\text{nm}, \ \ell = 50\,\text{cm}$.

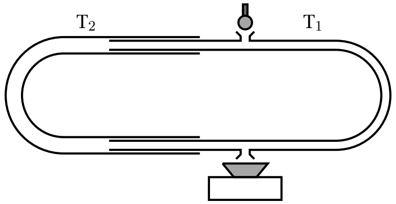
⋆ Exercice 3 : Miroir de Lloyd

On considère un dispositif interférentiel constitué d'un miroir plan, éclairé sous incidence rasante. Un point source S émet une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ. On note I_0 l'intensité lumineuse supposée uniforme sur l'écran en l'absence du miroir.



1. Représenter la marche de deux rayons lumineux qui interfèrent en un point M quelconque de l'écran. Montrer que tout se passe comme si l'écran était éclairé par deux sources à placer sur le schéma. Justifier que ces rayons vont effectivement interférer entre eux.
2. Déterminer la différence de marche $\delta(x, y)$ au point M, puis l'intensité lumineuse $I(x, y)$. Que vaut-elle en O ? Exprimer l'interfrange de la figure d'interférence.

⋆ ⋆ Exercice 4 : Trombone de Kœnig



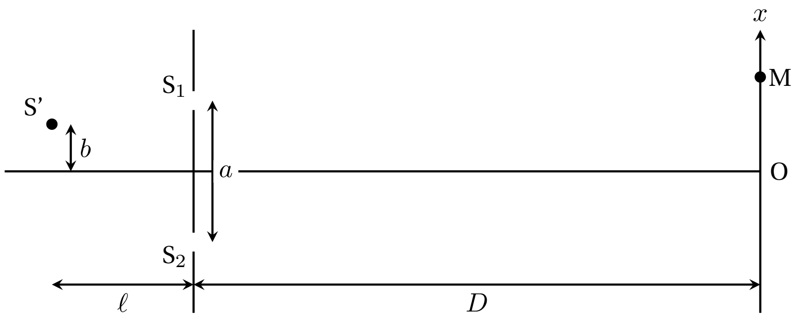
Le trombone de Kœnig est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivis des chemins différents. Le haut-parleur, alimenté par un générateur basses fréquences, émet un son de fréquences $f = 1500\,\text{Hz}$. On mesure un signal à la sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope.
En déplaçant la partie mobile T_2 on fait varier l'amplitude du signal observé. Elle passe deux fois de suite par une valeur minimale lorsqu'on déplace T_2 de $d = 11,5 \pm 0,2\,\text{cm}$.

Déterminer la valeur de la célérité du son dans l'air à 20°C, température à laquelle l'expérience est faite.

⋆ ⋆ Exercice 5 : Méthode de Michelson et Pease

Une source monochromatique S' de longueur d'onde dans le vide λ éclaire un dispositif classique de trous d'Young. Les notations sont précisées sur la figure suivante. La source S' n'est pas sur l'axe des fentes mais à une distance b de celui-ci. Dans tout l'exercice, on notera I_0 l'intensité lumineuse, supposée uniforme, produite par la source S' sur l'écran en l'absence des trous d'Young.

On suppose $|x| \ll D$, $a \ll D$, $a \ll \ell$ et $b \ll \ell$.



1. En tenant compte de ces approximations, exprimer l'ordre d'interférences $p'(\text{M})$ en fonction de x, a, b, D et ℓ, où x représente l'abscisse du point M. Déterminer ensuite l'intensité lumineuse $I'(\text{M})$.

Une seconde source S", identique à la précédente, est placée symétriquement à S' par rapport à l'axe du dispositif de fentes. On admet que **les rayons issus de ces deux sources n'interfèrent pas entre eux**. Un dispositif adapté permet de faire varier a, les paramètres $\varepsilon = \dfrac{2b}{\ell}$ et λ restant fixes.

2. Exprimer l'intensité lumineuse $I''(\text{M})$ mesurée au point M quand la source S" est seule.

On admet que l'hypothèse selon laquelle les rayons issus de S' ne peuvent pas interférer avec ceux issus de S" conduit à dire que l'intensité lumineuse totale $I(\text{M})$ vérifie :

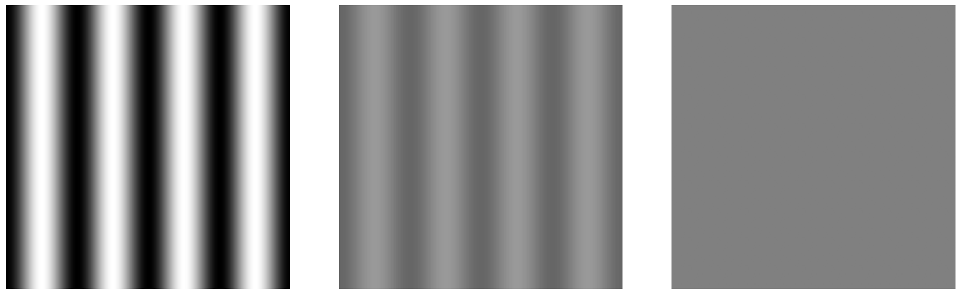
$$I(\text{M}) = I'(\text{M}) + I''(\text{M})$$

3. Exprimer $I(\text{M})$. En déduire l'intensité $I_{\max}$ des franges claires et $I_{\min}$ des franges sombres en fonction de I_0, a, λ et ε.
Indication : On pourra utiliser la relation $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$.

On définit le **facteur de contraste** C (ou bien **visibilité**) des franges de la manière suivante :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Ce facteur est défini entre 0 et 1. Plus il est proche de l'unité et plus le contraste entre les franges claires et sombres est important. Quand il est nul, l'intensité lumineuse est uniforme sur tout l'écran et on dit que les franges sont **brouillées** (voir illustrations ci-dessous).



$C = 1$ $\qquad$ $C = 0.5$ $\qquad$ $C = 0$

4. Exprimer C puis déterminer la plus petite valeur de a pour laquelle le contraste s'annule.
5. **Application.** Les deux sources S' et S" sont les deux composantes d'une étoile double et ε désigne l'écart angulaire entre les directions de ces deux étoiles. Dans le cas de Capella, pour $\lambda = 635\,\text{nm}$, on trouve que la plus petite valeur de a annulant le contraste des franges vaut $a_0 = 116,5\,\text{cm}$. En déduire la valeur de ε (par souci de simplicité, on prendra l'indice des milieux traversés égal à 1).

Solutions :

<u>**Ex1**</u> : 1. Interférences constructives $\quad$ 2.a) $\frac{a}{\lambda}$ est un demi-entier.
2. b) $i = \frac{\lambda}{2}$ $\quad$ $\frac{a}{\lambda} = \frac{9}{2}$ $\quad$ 3. $i' = \frac{\lambda D}{a}$

<u>**Ex2**</u> : 1. Interférences constructives $\quad$ 2. $\delta = (n-1)\,e$ $\quad$ 3. $e = 532\,\text{nm}$ $\quad$ 4. $n = 1,2 \cdot 10^{-4}$

<u>**Ex3**</u> : 2. $I(x,y) = 2I_0\left[1 - \cos\left(\frac{4\pi h}{\lambda D}x\right)\right]$ $\quad$ $i = \frac{\lambda D}{2h}$

<u>**Ex4**</u> : $c = 345 \pm 6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

<u>**Ex5**</u> : 1. $I'(\text{M}) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{D} + \frac{b}{\ell}\right)\right)\right]$ $\quad$ 2. $I''(\text{M}) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{D} - \frac{b}{\ell}\right)\right)\right]$

3. $I_{\max} = 4I_0\left[1 + \left|\cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda}\right)\right|\right]$ et $I_{\min} = 4I_0\left[1 - \left|\cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda}\right)\right|\right]$

4. $C = \left|\cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda}\right)\right|$ $\quad$ $a_0 = \frac{\lambda}{2\varepsilon}$ $\quad$ 5. $\varepsilon = 2,73 \cdot 10^{-7}\,\text{rad} = 0,0562\,''$