TD13 : Interférences - corrigé

⋆ Exercice 1 : Interférences sur une cuve à onde

1. L'axe $(\mathrm{O}x)$ est la **médiatrice** du segment $[\mathrm{S_1S_2}]$, par conséquent $\Delta t = 0$ et le déphasage est nul en tout point de cet axe. Les interférences y sont **constructives**.

2.a) Soit y l'ordonnée d'un point de l'axe $(\mathrm{O}y)$ situé au-dessus de $\mathrm{S_1}$. Alors :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{T}\Delta t = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{\mathrm{S_2M - S_1M}}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}(\mathrm{S_2M - S_1M})$$

où c est la célérité des ondes, avec $\mathrm{S_2M - S_1M} = (y + \frac{a}{2}) - (y - \frac{a}{2}) = a$. On en déduit que :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi a}{\lambda}$$

L'amplitude de vibration est nulle, ce qui signifie que les interférences sont destructives, donc que :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi a}{\lambda} = \pi \ [2\pi] \iff \frac{a}{\lambda} = \frac{1}{2} \ [1]$$

Le quotient $\frac{a}{\lambda}$ est un **demi-entier**.

2.b) Soit y l'ordonnée d'un point de l'axe $(\mathrm{O}y)$ situé entre $\mathrm{S_1}$ et $\mathrm{S_2}$. Alors $\mathrm{S_2M - S_1M} = (\frac{a}{2} + y) - (\frac{a}{2} - y) = 2y$, d'où :

$$\Delta\phi = \frac{4\pi y}{\lambda}$$

L'amplitude des oscillations s'annule (interférences destructives) si :

$$\Delta\phi = \frac{4\pi y}{\lambda} = \pi \ [2\pi] \iff y = \frac{\lambda}{4} \ \left[\frac{\lambda}{2}\right]$$

D'après la valeur du modulo, **deux franges sombres consécutives sont distantes de $\frac{\lambda}{2}$** donc l'interfrange vaut :

$$\boxed{i = \frac{\lambda}{2}}$$

Sur le graphique, on voit qu'il faut se déplacer neuf fois d'une frange sombre à une autre pour aller de $\mathrm{S_1}$ à $\mathrm{S_2}$. Par conséquent :

$$a = \frac{9\lambda}{2} \iff \boxed{\frac{a}{\lambda} = \frac{9}{2}}$$

3. On reprend l'expression du déphasage :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(\mathrm{S_2M - S_1M})$$

On reconnaît une situation analogue au dispositif des trous d'Young (les deux pointes jouant ici un rôle analogue aux trous) et $\mathrm{S_2M - S_1M}$ fait figure de **différence de marche**. Par analogie avec les trous d'Young on écrit immédiatement $\mathrm{S_2M - S_1M} \simeq \frac{ay}{D}$ et :

$$\boxed{\Delta\phi = \frac{2\pi a y}{\lambda D}}$$

L'amplitude de vibration s'annule en tout point y de l'axe $(\mathrm{O}'y)$ tel que :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi a y}{\lambda D} = \pi \ [2\pi] \iff y = \frac{\lambda D}{2a} \ \left[\frac{\lambda D}{a}\right]$$

Le modulo donne l'intervalle entre deux franges sombres, c'est-à-dire l'interfrange :

$$\boxed{i' = \frac{\lambda D}{a}}$$

⋆ Exercice 2 : Interféromètre de Mach-Zender

1. En l'absence de lame de verre, les deux parcours sont identiques donc la différence de marche est nulle. Les interférences sont **constructives** au niveau du détecteur.

2. Quand on introduit la lame de verre les deux chemins restent identiques, sauf sur l'épaisseur e constituée d'un côté de verre et de l'autre côté d'air. On a donc :

$$\boxed{\delta = ne - e = (n-1)e}$$

3. La plus petite épaisseur pour laquelle l'amplitude est nulle au niveau du détecteur correspond au cas où $\delta = \frac{\lambda}{2}$. Dans ce cas :

$$\frac{\lambda}{2} = (n-1)e \iff \boxed{e = \frac{\lambda}{2(n-1)}}$$

AN : $\boxed{e = 532\,\mathrm{nm}}$.

4. Quand les deux tubes sont remplis d'air, les deux parcours sont identiques donc l'ordre d'interférence est nul au niveau du détecteur. À mesure que l'on fait le vide dans l'un des deux tubes, l'indice de réfraction de l'air y décroît jusqu'à tendre vers l'unité pour un vide parfait. Puisque les indices sont différents dans les deux tubes (on les note n et n'), il apparaît une différence de marche non nulle entre les ondes qui interfèrent sur le détecteur. L'ordre d'interférence vaut alors :

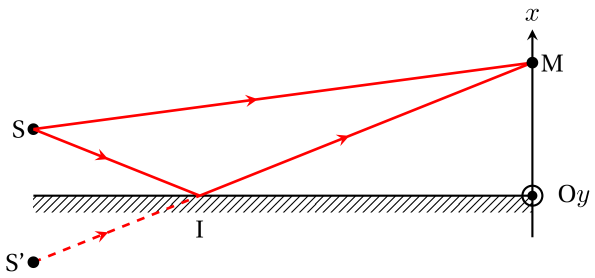
$$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{(n-n')\ell}{\lambda}$$

Plus on vide le tube et plus p est élevé. À chaque fois que p prend une valeur demi-entière, l'amplitude de vibration s'annule au niveau du détecteur. En conlusion, à mesure que l'on fait le vide dans l'un des deux tubes, on voit l'intensité lumineuse mesurée par le détecteur passer successivement par des minima et des maxima. Entre deux maxima successifs, l'ordre d'interéfrence a varié d'une unité. Cette méthode permet de "compter" les variations de p avec le détecteur et donc de mesurer l'écart entre les deux indices de réfraction. Dans la limite d'un vide parfait, $n' = 1$ donc :

$$p = \frac{(n-1)\ell}{\lambda} \iff \boxed{n - 1 = p\frac{\lambda}{\ell} = 1,2\cdot 10^{-4}}$$

⋆ Exercice 3 : Miroir de Lloyd

1.



On note S' l'image de S par le miroir plan. Celle-ci est symétrique de S par rapport au miroir, donc les distance SI et S'I sont égales. Par conséquent, tout se passe comme si le rayon se réfléchissant sur le miroir était issu de S'. On peut interpréter la figure d'interférences observée sur l'écran comme si elle était produite par les deux sources S et S'.

Rq 1 : Il faudra tout de même tenir compte de la différence de marche supplémentaire de $\lambda/2$ due à la réflexion sur le miroir.

Rq 2 : Ces deux sources S et S' n'en sont en fait qu'une seule puisque tous les rayons sont véritablement issus de S. On peut donc conclure qu'il y aura bien interférences entre ces rayons.

2. Le calcul de la différence de marche est presque identique à celui vu en cours pour les trous d'Young, avec une distance entre les sources égale à $2h$. Il faut simplement rajouter $\lambda/2$ à cause de la réflexion sur le miroir plan. On obtient donc :

$$\boxed{\delta(x,y) = \frac{2hx}{D} + \frac{\lambda}{2}}$$

L'intensité lumineuse vaut alors :

$$I(x,y) = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{2hx}{D}+\frac{\lambda}{2}\right)\right)\right] = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{4\pi hx}{\lambda D}+\pi\right)\right]$$

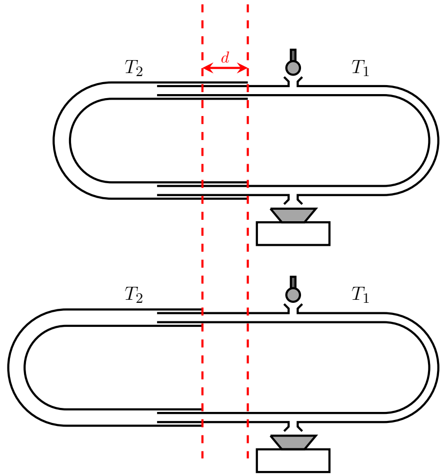
ce qui donne après simplification :

$$\boxed{I(x,y) = 2I_0\left[1-\cos\left(\frac{4\pi hx}{\lambda D}\right)\right]}$$

L'intensité lumineuse est nulle en O (les interférences y sont destructives). L'interfrange vaut :

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{2h}}$$

⋆ Exercice 4 : Trombone de Koenig



Dans la première expérience, les interférences entre les ondes acoustiques qui circulent dans les deux bras du trombone sont destructives au niveau du microphone (amplitude minimale). Dans la deuxième expérience aussi. Entre les deux expériences, l'amplitude est passée **une seule fois** d'un minimum à un autre, ce qui signifie que **le déphasage à varié exactement de** 2π.

C'est le déplacement du bras gauche du trombone qui modifie le déphasage. Tandis que la distance parcourue dans le bras T_1 est fixe, la distance parcourue dans le bras T_2 augmente de $2d$ (car l'onde fait un aller-retour dans ce bras).

La propagation sur une distance $2d$ s'accompagne donc d'un déphasage supplémentaire égal à 2π, ce que l'on traduit mathématiquement de la manière suivante :

$$\omega\frac{2d}{c} = 2\pi \iff \lambda = 2d \iff c = \lambda f = 2df = 345\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

L'incertitude sur cette valeur vaut $\Delta c = 2f\Delta d = 6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Finalement, on obtient :

$$\boxed{c = 345 \pm 6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$$

⋆⋆ Exercice 5 : Méthode de Michelson et Pease

1. À la différence du montage vu en cours, les distances SS_1 et SS_2 ne sont pas identiques, ce qui signifie qu'il y a une différence de marche non nulle avant les trous d'Young. On sépare le calcul en deux partie. Comme on l'a vu en cours :

$$(S_2M) - (S_1M) = \frac{ax}{D}$$

Le calcul de la différence de marche avant les trous est parfaitement similaire. Il faudra simplement remplacer x par b et D par ℓ. On a donc :

$$(S'S_2) - (S'S_1) = \frac{ab}{\ell}$$

En conclusion :

$$\delta'(M) = (S'M)_2 - (S'M)_1 = (S'S_2) + (S_2M) - (S'S_1) - (S_1M) = \frac{ab}{\ell} + \frac{ax}{D} \iff \boxed{p'(M) = \frac{a}{\lambda}\left(\frac{x}{D}+\frac{b}{\ell}\right)}$$

L'intensité lumineuse vaut :

$$\boxed{I'(M) = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{D}+\frac{b}{\ell}\right)\right)\right]}$$

2. On calcule la différence de marche en M pour la source S". On a toujours $(S_2M) - (S_1M) = \frac{ax}{D}$ mais désormais, par symétrie, on a $(S"S_2) - (S"S_1) = -\frac{ab}{\ell}$, d'où :

$$p''(M) = \frac{a}{\lambda}\left(\frac{x}{D} - \frac{b}{\ell}\right) \quad \text{et} \quad \boxed{I''(M) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{D} - \frac{b}{\ell}\right)\right)\right]}$$

3. D'après l'énoncé :

$$I(M) = 2I_0\left[2 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{D} + \frac{b}{\ell}\right)\right) + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\left(\frac{x}{D} - \frac{b}{\ell}\right)\right)\right]$$

En utilisant la formule trigonométrique donnée en indication, on aboutit à :

$$\boxed{I(M) = 4I_0\left[1 + \cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right)\right]}$$

Cette intensité lumineuse est extrémale lorsque $\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right) = \pm 1$. On obtient alors :

$$\boxed{I_{\max} = 4I_0\left(1 + \left|\cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda}\right)\right|\right)} \quad \text{et} \quad \boxed{I_{\min} = 4I_0\left(1 - \left|\cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda}\right)\right|\right)}$$

4. En utilisant les résultats de la question précédente, on trouve :

$$\boxed{C = \left|\cos\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda}\right)\right|}$$

La plus petite valeur de a pour lequel le contraste s'annule vérifie :

$$\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \iff \boxed{a = \frac{\lambda}{2\varepsilon}}$$

5. L'application numérique donne :

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\lambda}{2a_0} = 2,73 \cdot 10^{-7}\ \text{rad}}$$