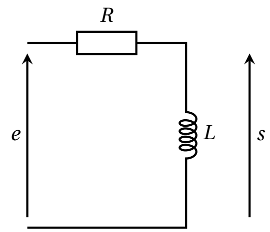
TD16 : Filtrage linéaire

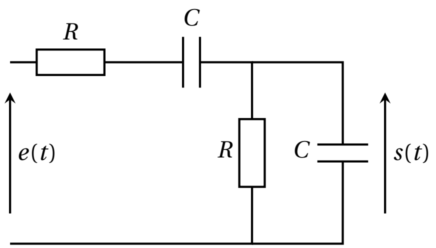
⋆ Exercice 1 : Étude d'un filtre



On étudie le filtre ci-contre avec $R = 270\,\Omega$ et $L = 86\,\text{mH}$.

1. Déterminer sans calcul la nature du filtre.
2. Exprimer sa fonction de transfert et calculer sa fréquence de coupure.
3. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques en gain et en phase.
4. Ce filtre présente-t-il un caractère intégrateur/dérivateur ? Si oui préciser dans quel domaine de fréquences.
5. On alimente le filtre avec la tension $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi} = 100\,\text{Hz}$ et d'amplitude $E_m = 5\,\text{V}$. Déterminer numériquement le signal de sortie $s(t)$.
6. On alimente le filtre avec une tension triangulaire de fréquence $f = 20\,\text{Hz}$ d'amplitude $E_m = 3\,\text{V}$, de moyenne $E_0 = 3\,\text{V}$. Tracer l'allure du signal de sortie. Même question si $f = 10\,\text{kHz}$.
   (⋆⋆) Calculer l'amplitude du signal de sortie dans le cas $f = 20\,\text{Hz}$.
7. (⋆⋆) On souhaite que le signaux de fréquence inférieure à 100 Hz soient atténués d'au moins 40 dB. L'inductance L étant fixée à 86 mH, quelle valeur minimale de R permet de remplir ce cahier des charges ?

⋆ Exercice 2 : Filtre de Wien



On étudie le comportement du filtre ci-contre.

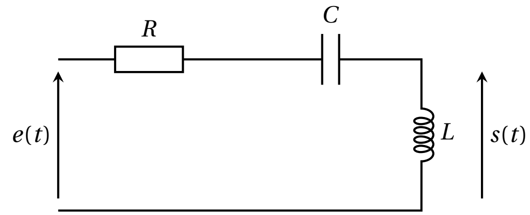
1. Quelle est la nature du filtre ?
2. Déterminer la fonction de transfert sous la forme

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \mathrm{j}Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

   et identifier H_0, ω_0 et Q. Peut-on qualifier ce filtre de très sélectif ? Justifier.
3. Tracer l'allure du diagramme de Bode asymptotique en gain et en phase.
4. On suppose que la fréquence propre est égale à 10 kHz. On envoie en entrée du filtre un signal $e(t) = 6\cos(2\cdot 10^4 \pi t) + 3\cos(2\cdot 10^5 \pi t)$ avec e en V et t en s. Déterminer numériquement le signal de sortie $s(t)$.
5. (⋆⋆) On souhaite que le filtre atténue d'au moins 50 dB les signaux de fréquence supérieure à $10 f_0$ et inférieure à $f_0/10$. Ce filtre remplit-il le cahier des charges ? Si l'on pouvait choisir librement le facteur de qualité quelle valeur minimale permettrait de respecter ces contraintes ? On suppose que H_0 a toujours la valeur déterminée à la question 2.

⋆ Exercice 3 : Filtre RLC série

On réalise le filtre RLC série ci-dessous :

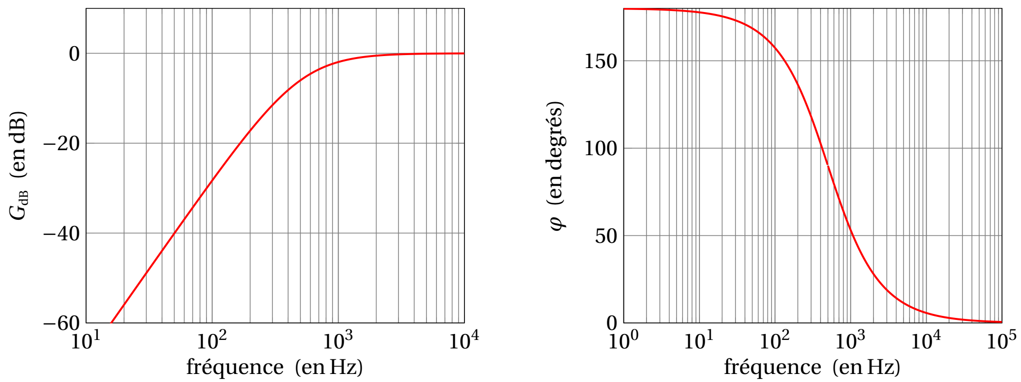


1. Quelle est la nature de ce filtre ?
2. Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut s'exprimer sous la forme :

$$\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \frac{1}{1 + \frac{\omega_0}{\mathrm{j}\omega Q} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}$$

   Exprimer ω_0 et Q en fonction de R, L et C. Quel est l'ordre de ce filtre ?

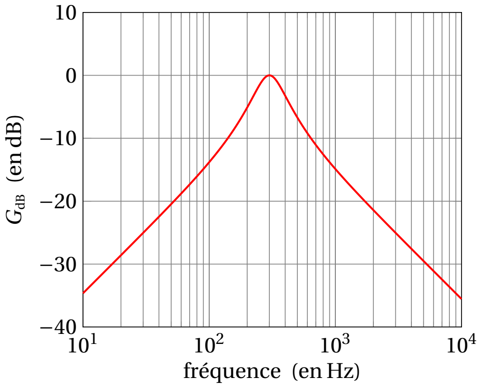
On représente ci-dessous le diagramme de Bode (gain et phase) du filtre.

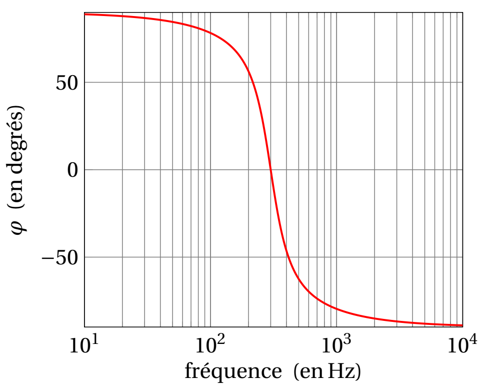


3. Vérifier que le comportement asymptotique (valeurs limites, pentes) est cohérent avec la fonction de transfert calculée à la question précédente.
4. Exprimer le gain et la phase du filtre à la pulsation ω_0. En déduire les valeurs de la fréquence propre du circuit et du facteur de qualité par lecture graphique.
5. On envoie en entrée du filtre un signal $e(t) = 5\cos(2\pi\cdot 100t)$ (avec e en V et t en s). Déterminer numériquement le signal de sortie $s(t)$.
6. On envoie en entrée du filtre un signal rectangulaire de fréquence $f = 100\,\text{kHz}$ de valeur moyenne $\langle e(t)\rangle = 3\,\text{V}$. Déterminer l'allure du signal de sortie $s(t)$.

⋆ Exercice 4 : Analyse d'un diagramme de Bode

On étudie un filtre constitué d'un condensateur de capacité C, d'une bobine d'inductance L et d'un résistor de résistance R associés en série. Le diagramme de Bode en gain et en phase de ce filtre est représenté ci-dessous :

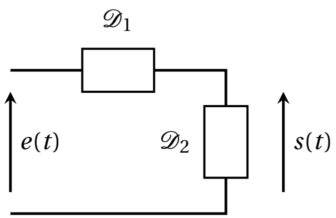




À partir de la lecture du diagramme de Bode :

1. Justifier la nature de ce filtre et représenter le schéma du circuit.
2. Évaluer la fréquence de résonance, les fréquences de coupure et le facteur de qualité.
3. Sachant que $R = 100\,\Omega$, calculer L et C.

⋆⋆ Exercice 5 : Filtre mystère

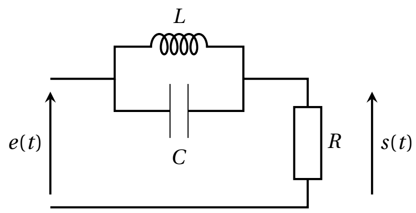


Un quadripôle est constitué de deux dipôles $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$, et contient une résistance R, une bobine L et un condensateur C.
On relie tout d'abord l'entrée à un source idéale de tension de force électromotrice $E_0 = 15,0\,\text{V}$ et on mesure au bout d'un temps très long un courant $I_0 = 15,0\,\text{mA}$.

On remplace le générateur continu par un générateur sinusoïdal et on observe que : on est en présence d'un filtre passe-bande (gain maximal pour une fréquence $f_0 = 1,16\,\text{kHz}$), de bande passante $\Delta f = 340\,\text{Hz}$.

1. Montrer que le condensateur ne peut pas être en série.
2. Identifier $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$, ainsi que les valeurs numériques des composants.
3. On envoie en entrée un signal rectangulaire. Déterminer l'allure du signal de sortie selon que la fréquence est très grande ou très petite.
4. Idem pour un signal triangle.

⋆⋆ Exercice 6 : Circuit anti-résonant



Déterminer le comportement du filtre en BF et HF. Quelle pourrait être sa nature ?
Montrer que le gain s'annule pour une fréquence particulière et déterminer la largeur de la bande de fréquence pour laquelle les signaux sont coupés par le filtre (c'est-à-dire tels que $G < G_{\max}/\sqrt{2}$).

⋆⋆⋆ Exercice 7 : Analyse d'un filtre

On étudie le comportement d'un filtre RLC série à l'aide d'un GBF et d'un oscilloscope bicourbe. Les oscillogrammes ci-dessous représentent l'allure du signal d'entrée (voie1, en traits continus) et du signal de sortie correspondant (voie 2, en traits pointillés), pour deux fréquences différentes.

_ sur le graphe de la figure 1, les sensibilités verticales sont de $2\,\text{V/div}$ sur la voie 1 et de $50\,\text{mV/div}$ sur la voie 2. La sensibilité horizontale est de $5\,\mu\text{s/div}$,

_ sur le graphe de la figure 2, les sensibilités verticales sont de $2\,\text{V/div}$ sur la voie 1 et de $5\,\text{mV/div}$ sur la voie 2. La sensibilité horizontale est de $5\,\text{ms/div}$.

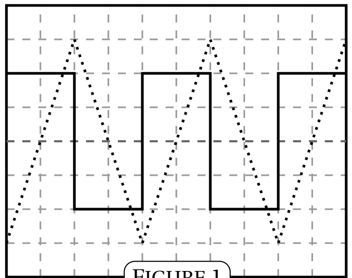


FIGURE 1

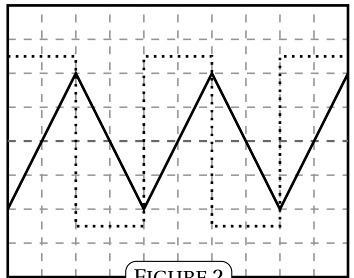


FIGURE 2

1. Quelle est la nature du filtre ? Tracer le schéma du circuit en indiquant comment sont branchées les voies d'entrée de l'oscilloscope.
2. Justifier l'allure des deux oscillogrammes en donnant notamment une expression approchée de la relation entre $s(t)$ et $e(t)$ dans chaque cas.
3. Calculer les valeurs de la fréquence propre et du facteur de qualité.

Solutions :

Ex1 : 1. passe-haut 2. $f_c = 500\,\text{Hz}$ 5. $S_m = 0,98\,\text{V}$ et $\varphi_s = 79°$ 6. $S_m = 76\,\text{mV}$ 7. $R_{\min} = 5,4\,\text{k}\Omega$.

Ex2 : 1. passe-bande 2. $H_0 = \frac{1}{3}$ $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $Q = \frac{1}{3}$
4. $s(t) = 2\cos(2\cdot 10^4 \pi t) + 0,29\cos(2\cdot 10^5 \pi t - 1,28)$ 5. $Q_{\min} = 10,5$

Ex3 : 2. deuxième ordre 4. $f_0 = 500$ Hz $Q = 0,5$ 4. $s(t) = 0,2\cos(2\pi\cdot 100t + 2,8)$

Ex4 : 2. $f_0 = 300\,\text{Hz}$ $f_{c_1} \simeq 220\,\text{Hz}$ $f_{c_2} \simeq 400\,\text{Hz}$ $Q = 1,8$ 3. $L = 95\,\text{mH}$ $C = 2,9\,\mu\text{F}$.

Ex5 : 2. $R = 1,0\,\text{k}\Omega$ $L = 40,2\,\text{mH}$ $C = 468\,\text{nF}$.

Ex6 : rejecteur de bande $\Delta f = \frac{1}{2\pi RC}$. **Ex7** : $f_0 = 3,5\,\text{kHz}$ $Q = 2,9$