DM de physique n° 5 - partie 1

Exercice 1 : Régime transitoire du deuxième ordre

Les deux problèmes présentés ci-dessous sont indépendant l'un de l'autre.

Problème 1 : Amortissement d'un circuit RLC

On considère le circuit représenté sur la figure 1, alimenté par un générateur de force électromotrice constante E. L'interrupteur étant ouvert depuis très longtemps, on le ferme à $t = 0$.

On suppose que $RC = \frac{L}{R} = \tau$. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ du courant traversant l'inductance en fonction des paramètres τ et $I_0 = E/R$. Résoudre cette équation puis tracer l'allure du graphe de $i(t)$.

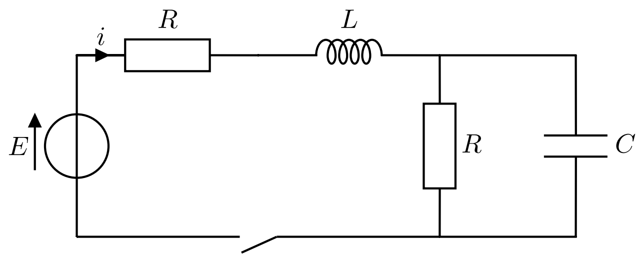


FIGURE 1 : Circuit RLC

Problème 2 : Un air de guimbarde

Une guimbarde est un instrument de musique constitué d'une lame de métal que le musicien fait vibrer devant sa bouche ouverte. La figure suivante est l'enregistrement du son produit par la guimbarde jouant un La$_2$. Quel est approximativement le facteur de qualité du système ?

Donnée : la note La$_3$, située une octave au-dessus, a pour fréquence fondamentale 440 Hz.

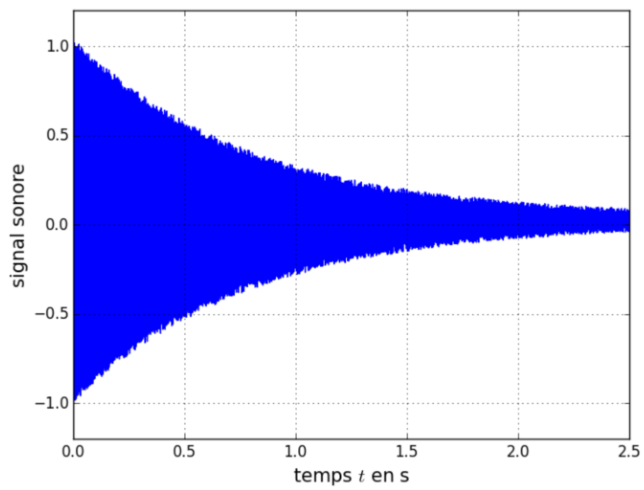
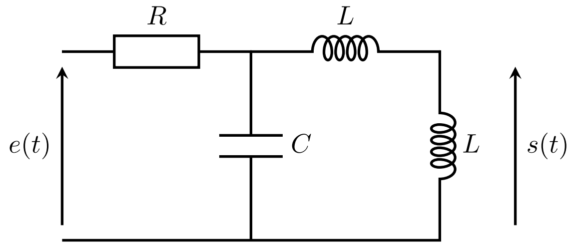


FIGURE 2 : Enregistrement du son d'une guimbarde

Exercice 2 : Filtre de Hartley



On étudie le montage ci-contre (en sortie ouverte). Dans tout le problème, on prendra $L = 1,0\,\text{mH}$, $C = 0,1\,\mu\text{F}$ et $R = 10\,\text{k}\Omega$.

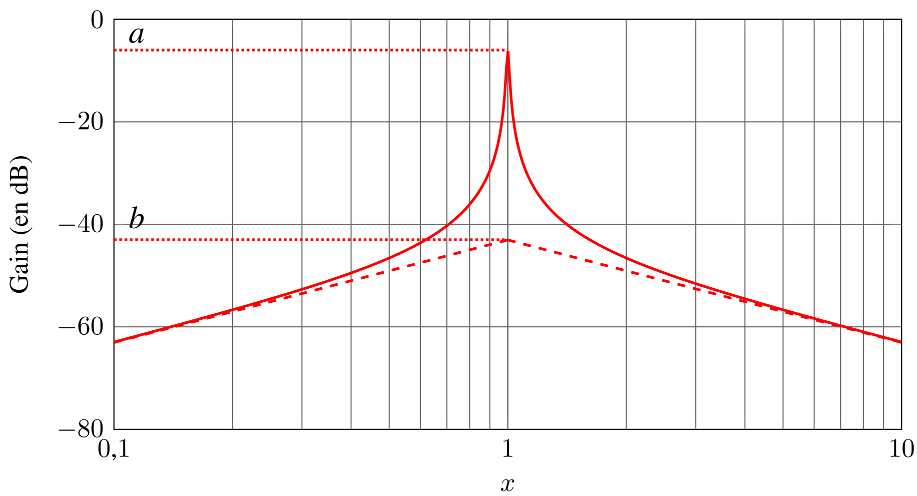
1. Prévoir, à l'aide de schémas équivalents en HF et BF, la nature probable du filtre.

Sa fonction de transfert s'écrit $\underline{H}\,(\text{j}\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}} = \dfrac{\text{j}\frac{L}{R}\omega}{1 + 2\text{j}\frac{L}{R}\omega + 2LC(\text{j}\omega)^2}$.

2. La mettre sous la forme canonique $\underline{H}(\text{j}x) = \dfrac{H_0}{1 + \text{j}Q\left(x - \frac{1}{x}\right)}$ en notant $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite.

Donner la valeur de H_0. Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q en fonction de R, L et C puis faire l'application numérique.

Le diagramme de Bode en gain est donné ci-dessous :



3. Mesurer la valeur de la pente des asymptotes. Retrouver leur valeur à partir de l'expression de la fonction de transfert.

4. Tracer le diagramme de Bode asymptotique pour la phase.

5. Déterminer les valeurs numériques de a et b définis sur le diagramme à partir de l'expression de la fonction de transfert. Vérifier la cohérence avec les valeurs du graphe.

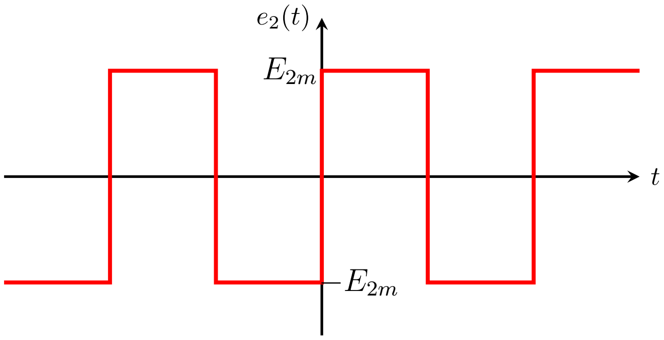
6. Ce quadripôle peut-il servir d'intégrateur ou de dérivateur ? Si oui, dans quelle bande de fréquence ? Justifier.
Quel inconvénient présente néanmoins ce montage utilisé pour réaliser ces opérations ?

On étudie la sortie $s_1(t)$ lorsqu'on applique à l'entrée le signal $e_1(t) = E_0 + E_{1m}\cos(\omega_1 t)$ avec $\omega_1 = \omega_0$.

7. Comment réaliser expérimentalement ce signal au laboratoire d'électronique ?

8. Déterminer l'expression littérale du signal de sortie $s_1(t)$.

On applique maintenant un créneau $e_2(t)$, de pulsation $\omega_2 = \dfrac{\omega_0}{3}$ et d'amplitude $E_{2m} = 1\,\mathrm{V}$ (voir figure ci-dessous).



9. Calculer la valeur efficace E_2 de $e_2(t)$.

Le signal $e_2(t)$ est décomposable en série de Fourier :

$$e_2(t) = \frac{4E_{2m}}{\pi}\left[\sin(\omega_2 t) - \frac{1}{3}\sin(3\omega_2 t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega_2 t) - \frac{1}{7}\sin(7\omega_2 t) + ...\right]$$

10. Tracer l'allure du spectre de $e_2(t)$. Préciser les valeurs numériques des pulsations des trois premiers pics d'amplitude non nulle.

11. En utilisant la courbe de gain du diagramme de Bode fourni, calculer les valeurs numériques des amplitudes de ces pics dans le signal de sortie $s_2(t)$. Justifier alors le nom de "tripleur de fréquence" donné à ce filtre.

12. Quelle serait approximativement l'allure et les caractéristiques du signal de sortie $s_3(t)$ si l'on appliquait en entrée un signal triangulaire de pulsation $\omega_3 = \omega_0$ et d'amplitude $E_{3m} = 1\,\mathrm{V}$ dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$e_2(t) = \frac{4E_{3m}}{\pi^2}\left[\sin(\omega_3 t) + \frac{1}{3^2}\sin(3\omega_3 t) + \frac{1}{5^2}\sin(5\omega_3 t) + \frac{1}{7^2}\sin(7\omega_3 t) + ...\right]$$