

Colle n°19

POLYNÔMES

I Polynômes à une indéterminée

1. Ensemble $K[X]$
2. Opérations dans $K[X]$
3. Degré d'un polynôme
4. Fonction polynomiale associée à un polynôme
5. Divisibilité dans $K[X]$

II Racines d'un polynôme

1. Racines d'un polynôme
2. Ordre de multiplicité d'une racine

III Polynôme dérivé

1. Définition
2. Formule de Taylor
3. Caractérisation des racines multiples

IV Décomposition en produit de polynômes irréductibles

1. Polynômes scindés
2. Somme et produit des racines d'un polynôme scindé
3. Polynômes irréductibles
4. Décomposition en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{C}[X]$
5. Décomposition en produit de facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$
6. Exemple : factorisation de $X^n - 1$ dans $\mathbb{C}[X]$ et dans $\mathbb{R}[X]$

V Fractions rationnelles

1. Définition
2. Décomposition en éléments simples
3. Applications

Questions de cours :

1. a est racine de P si et seulement si $X - a$ divise P (proposition 4 page 4).
2. Caractérisation des racines multiples d'un polynôme par ses dérivées successives (théorème 15 page 6).
3. Polynômes irréductibles de $\mathbb{R}[X]$ (théorème 24 page 9).