

Colle n°25

ESPACES VECTORIELS

III Familles de vecteurs d'un espace vectoriel

1. Familles libres, familles liées
2. Familles génératrices
3. Bases
4. Sommes directes et bases

IV Dimension d'un espace vectoriel

1. Espaces vectoriels de dimension finie
2. Théorème de la base incomplète
3. Dimension d'un espace vectoriel
4. Familles libres et familles génératrices en dimension finie

V Dimension d'un sous-espace vectoriel

1. Dimension d'un sous-espace vectoriel
2. Sous-espaces supplémentaires en dimension finie
3. Rang d'une famille de vecteurs

INTÉGRATION

I Fonctions en escalier

1. Subdivisions d'un segment
2. Fonctions en escalier sur un segment
3. Intégrale d'une fonction en escalier sur un segment
4. Propriétés

II Intégrale d'une fonction continue sur un segment

1. Approximation d'une fonction continue sur un segment par des fonctions en escalier
2. Intégrale d'une fonction continue sur un segment
3. Linéarité
4. Positivité, croissance
5. Relation de Chasles
6. Intégrale et valeur absolue
7. Valeur moyenne d'une fonction
8. Sommes de Riemann
9. Extension aux fonctions à valeurs complexes

III Primitives d'une fonction continue

1. Définition
2. Théorème fondamental de l'analyse
3. Techniques de calcul de primitives

Questions de cours :

1. $\mathcal{B}$ est une base de E si et seulement si tout vecteur de E peut s'écrire de manière unique comme combinaison linéaire des vecteurs de $\mathcal{B}$ (proposition 25 page 11).
2. Si $\mathcal{B}$ est une base de F , que $\mathcal{C}$ est une base de G et que F et G sont en somme directe, alors $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ est une base de $F \oplus G$ (proposition 29 page 12).
3. Si la famille $(e_1, \dots, e_p, e_{p+1}, \dots, e_n)$ est libre, alors $\text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$ et $\text{Vect}(e_{p+1}, \dots, e_n)$ sont en somme directe (proposition 30 page 13).
4. Familles libres et génératrices en dimension finie (propositions 40 et 41 page 14).
5. Caractérisation des sev supplémentaires en dimension finie (proposition 46 page 16).