TD 26 : Machines thermiques

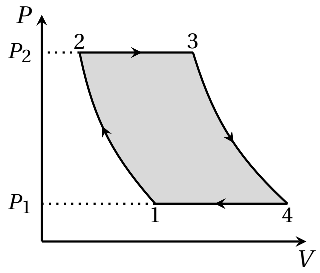
⋆ Exercice 1 : Centrale électrique

Une centrale électrique est une machine ditherme qui fonctionne entre une source chaude à la température $\theta_c = 320°C$ (le coeur du réacteur) et une source froide constituée par l'eau d'un fleuve à la température $\theta_f = 20°C$. La centrale fournit à l'alternateur une puissance $\mathscr{P} = 1,0\,\mathrm{GW}$.

1. Sachant que le rendement effectif de la centrale est égal à 60% du rendement maximal obtenu avec les deux même source, calculer le rendement effectif η de la centrale.
2. Calculer, en une heure, le travail fourni par la centrale, le transfert thermique reçu du cœur du réacteur et le transfert thermique libéré dans le fleuve.
3. Le débit volumique du fleuve $D_v = 300\,\mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$ est constant. À l'aide d'un bilan énergétique sur une masse d'eau du fleuve à préciser, déterminer littéralement et numériquement l'écart de température entre l'amont et l'aval de la centrale.

Données : Masse volumique de l'eau liquide : $\rho = 10^3\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$
capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4,18\,\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$.

⋆⋆ Exercice 2 : Cycle de Brayton-Joule



Un cycle de Brayton-Joule est formé de deux adiabatiques réversibles et de deux isobares alternées, représentées sur le diagramme de Watt ci-dessus. Le cycle est décrit dans le sens moteur par un gaz parfait. Pour ce gaz parfait, $\gamma = C_p/C_v$ est supposé constant. On pose $a = P_2/P_1$.

Définir et exprimer le rendement du cycle en fonction, dans l'ordre :

1. des différents transferts thermiques du cycle.
2. des températures T_1 à T_4.
3. de a et de γ. AN : $a = 8$, $\gamma = 1,4$.

⋆⋆ Exercice 3 : Réfrigérateur à absorption

On sait construire des réfrigérateurs dits "à absorption" qui ne nécessitent pas de moteur. Ils extraient une énergie thermique Q_1 de la source froide à la température T_1 (effet frigorifique) et reçoivent une énergie thermique Q_3 d'une source auxiliaire à T_3. Ils échangent également de l'énergie thermique avec l'air ambiant à T_2 ($T_3 > T_2 > T_1$).

1. Montrer qu'un tel appareil est thermodynamiquement possible si une condition sur Q_1, Q_3 et les températures est vérifiée.
2. Définir l'efficacité de ce type de réfrigérateur et montrer que celle-ci reste inférieure à une valeur que l'on exprimera en fonction des températures seules. AN : $T_1 = 265\,\mathrm{K}$, $T_2 = 300\,\mathrm{K}$, $T_3 = 400\,\mathrm{K}$.
3. Comparer avec l'efficacité maximale d'un réfrigérateur classique fonctionnant entre les deux sources thermiques (T_1 et T_2).

⋆⋆ Exercice 4 : Chauffage d'une habitation

On souhaite maintenir la température d'une habitation (H) à la température $T_\mathrm{H} = 293\,\mathrm{K}$, alors que la température de l'extérieur (E) est égale à $T_\mathrm{E} = 273\,\mathrm{K}$. Pour cela, on doit fournir à la maison une puissance thermique $\phi = 12\,\mathrm{kW}$ qui correspond aux pertes thermiques. On propose de comparer différents procédés de chauffage.

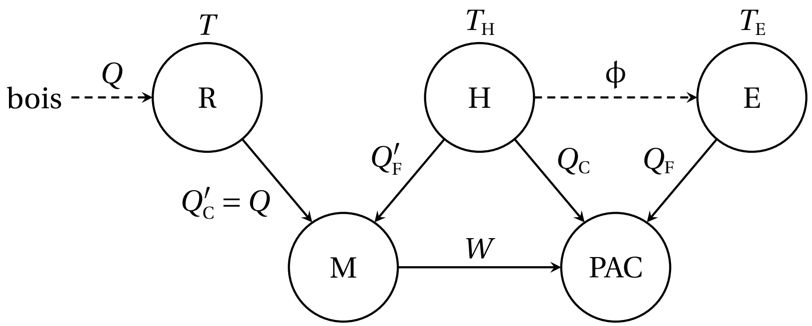
Méthode 1 : On chauffe directement la maison en utilisant du bois comme combustible.

1. Déterminer la masse m_B de bois consommée par heure sachant que le pouvoir calorifique du bois est $q_\mathrm{B} = 18\,\mathrm{MJ\cdot kg^{-1}}$.

Méthode 2 : On utilise une pompe à chaleur (PAC) fonctionnant réversiblement avec (H) comme source chaude et (E) comme source froide.

2. Calculer l'efficacité e de la PAC.
3. En déduire la puissance électrique consommée pour faire fonctionner la PAC.

Méthode 3 : On imagine maintenant que le bois est utilisé pour maintenir la température $T = 573\,\mathrm{K}$, d'un réservoir (R) qui sert de source chaude à un moteur dont la source froide est constituée par l'habitation (H). Le travail fourni par le moteur (M) est intégralement transformé en énergie électrique. Celle-ci sert à alimenter une PAC fonctionnant réversiblement entre (H) qui sert de source chaude et (E) qui sert de source froide.



On note Q le transfert thermique fourni par le bois et transmis au moteur par l'intermédiaire du réservoir. Sur la figure, Q'_C et Q'_F sont positifs quand le moteur reçoit de l'énergie. W, Q_C et Q_F sont positifs quand la PAC reçoit de l'énergie.

4. Préciser les signes de Q_C, Q_F, Q'_C, Q'_F et W.
5. Exprimer W, Q'_F, Q_C et Q_F en fonction de Q, de l'efficacité e de la PAC et du rendement η du moteur. En déduire l'expression du transfert thermique Q_H reçu par l'habitation de la part des deux machines (M et PAC).
6. On suppose que les deux machines fonctionnent de manière réversible. Calculer la masse m'_B de bois consommée par heure. Comparer m'_B et m_B.

TD 26 : Machines thermiques

⋆⋆ Exercice 5 : Réacteur nucléaire à eau pressurisée (REP)

Dans une centrale nucléaire, une partie de l'énergie libérée par une réaction de fission nucléaire est convertie en énergie électrique via un dispositif constitué d'un circuit primaire, dans lequel de l'eau se réchauffe au contact du coeur du réacteur. Cette eau chauffe l'eau du circuit secondaire qui se transforme en vapeur. La vapeur fait tourner une turbine qui entraine un alternateur. L'alternateur produit un courant électrique, dont la tension est élevée par un transformateur pour être ensuite transporté dans les lignes. A la sortie de la turbine, la vapeur du circuit secondaire est transformée en eau grâce à un condenseur (figure 1).

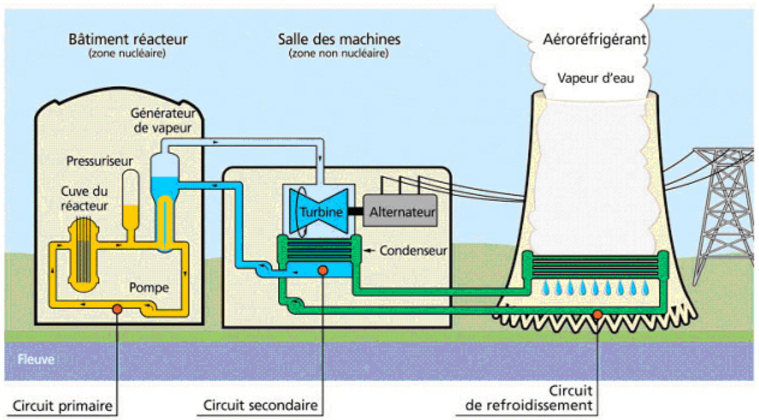


FIGURE 1 : Architecture du circuit de production d'énergie électrique dans une centrale nucléaire

Dans ce problème, on s'intéresse uniquement au circuit secondaire et plus particulièrement à **une masse d'eau égale à 1 kg parcourant ce cycle**. Le circuit secondaire est constitué du générateur de vapeur (GV), d'une turbine (T) reliée à un alternateur, d'un condenseur (C) et d'une pompe d'alimentation secondaire (P), comme précisé en figure 1.

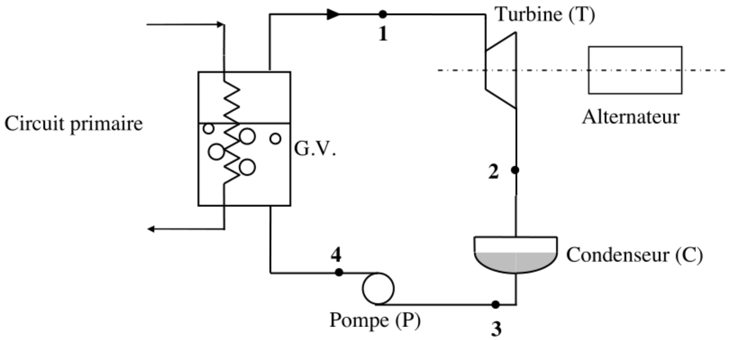


Figure 1 : circuit secondaire simplifié

Le fluide secondaire subit le cycle thermodynamique suivant :

- 1 ⟶ 2 : détente adiabatique réversible dans la turbine,
- 2 ⟶ 3 : liquéfaction isobare totale dans le condenseur,
- 3 ⟶ 4 : compression adiabatique réversible dans la pompe d'alimentation secondaire,
- 4 ⟶ 1 : échauffement puis vaporisation isobare dans le générateur de vapeur saturante.

Le tableau suivant précise l'état thermodynamique du fluide secondaire en certans points du cycle :

Point	P (bar)	T (K)	État	$h\,(\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}})$	$s\,(\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}})$
1	70	559	Vapeur saturante	2773,5	5,8162
2	0,05	306	Mélange diphasique		
3	0,05		Liquide saturant	137,8	0,4763
4	70		Liquide sous-saturé		

Données :

T (K)	P_{sat} (bar)	$h\,(\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}})$		$s\,(\mathrm{kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}})$	
		h_L	h_V	s_L	s_V
306	0,05	137,8	2561,6	0,4763	8,3960
559	70	1267,4	2773,5	3,1219	5,8162

1. On modélise l'eau liquide sous la forme d'une phase condensée incompressible et indilatable. Justifier qu'au cours du passage dans la pompe d'alimentation secondaire (l'eau reste entièrement à l'état liquide) on peut considérer que l'enthalpie et la température se conservent, et que le travail reçu est nul.
2. Tracer dans un diagramme de Clapeyron l'allure du cycle thermodynamique subi par le fluide secondaire. Y placer notamment les points 1, 2, 3 et 4.
3. Calculer, en sortie de turbine, le titre x_2 en phase vapeur et l'enthalpie massique h_2 du fluide.
4. Déterminer la température T_3 et la valeur du titre x_3 en phase vapeur du fluide en sortie du condenseur. Calculer la chaleur massique q_C reçue par le fluide dans le condenseur.
5. Calculer la chaleur massique q_{GV} reçue par le fluide dans le générateur de vapeur.
6. Calculer le rendement η de ce cycle thermodynamique puis celui de Carnot η_c en utilisant les même sources chaude et froide (de températures $T_c = 559\,\mathrm{K}$ et $T_f = 306\,\mathrm{K}$). D'où provient la différence de rendement entre ces cycles ?
7. Quel débit massique d'eau D_m permet d'obtenir une puissance électrique $\mathscr{P} = 1\,\mathrm{GW}$?

⋆⋆ Exercice 6 : Refroidissement de l'eau d'une patinoire

Afin de créer une patinoire on remplit un bassin de dimensions $50\,\mathrm{m}\times 20\,\mathrm{m}\times 10\,\mathrm{cm}$ avec de l'eau liquide initialement à température ambiante $T_c = 278\,\mathrm{K}$. On refroidit l'eau avec une machine frigorifique utilisant l'air ambiant de température T_c constante comme source chaude, et l'eau comme source froide. On suppose que la machine fonctionne de manière réversible et consomme une puissance $\mathscr{P}$ constante. On commence le refroidissement à $t = 0$ et on note $T(t)$ la température de l'eau à tout instant $t > 0$. On suppose que la durée d'un cycle de la machine est très faible vis-à-vis du temps caractéristique de variation de $T(t)$, de sorte que l'on peut assimiler un cycle à une successions de transformations infinitésimales. Sur un cycle de durée $\mathrm{d}t$ on note respectivement δW, δQ_f et δQ_c le travail consommé, le transfert thermique reçu de l'eau et le transfert thermique reçu de l'air extérieur par la machine. Pour l'eau on néglige tout transfert thermique autre que celui avec la machine.

Données pour l'eau liquide : masse volumique : $\rho = 1000\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$, capacité thermique massique : $c = 4{,}2\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$.

1. Définir l'efficacité de la machine et l'exprimer en fonction de T_c et $T(t)$.
2. Exprimer δQ_f en fonction de $T(t)$, T_c, $\mathscr{P}$ et $\mathrm{d}t$.
3. À l'aide d'un bilan d'énergie pour l'eau établir l'équation différentielle suivante :

$$\left(\frac{T_c}{T} - 1\right)\mathrm{d}T = -\frac{\mathscr{P}}{C}\mathrm{d}t$$

   où C est la capacité thermique de l'eau que l'on souhaite refroidir.
4. Exprimer le temps t nécessaire pour refroidir l'eau jusqu'à une température $T_f < T_c$ donnée.
5. AN : $T_f = 273\,\mathrm{K}$. Calculer la puissance consommée par la machine pour réaliser le refroidissement en vingt-quatre heures.
6. Lorsque les infrastructures le permettent la machine utilise l'eau de la patinoire comme source froide et l'eau d'une piscine comme source chaude. Expliquer l'intérêt d'un tel système.

⋆⋆ Exercice 7 : Travail maximal récupérable

Deux solides de capacités thermiques identiques C, de températures initiales T_{10} et $T_{20} > T_{10}$, sont utilisés comme sources d'une machine ditherme destinée à fournir un travail moteur. On fait l'hypothèse que la machine effectue un grand nombre de cycles, de manière réversible, avant de s'arrêter de fonctionner, ce qui permet d'assimiler chaque cycle à une succession de transformations infinitésimales (on note δW, δQ_1 et δQ_2 les transferts énergétiques correspondants reçus algébriquement par la machine sur un cycle).

1. Rappeler les signes de δQ_1 et δQ_2. Sachant que la capacité thermique C est finie expliquer pourquoi la machine s'arrête forcément de fonctionner au bout d'un certain temps.
2. Montrer que les températures des solides vérifient à tout instant : $T_1(t)T_2(t) = \mathrm{Cste}$. En déduire l'expression de la température finale des deux solides.
3. Exprimer le travail total fourni par la machine pendant son fonctionnement. Justifier que pour des températures T_{10} et T_{20} fixées ce travail est maximal pour une machine qui fonctionne de manière réversible.

Solutions :

Ex1 : 1.$\eta = 0{,}30$ 2. $W_{\text{fourni}} = 3{,}6\,\mathrm{TJ}$, $Q_{\text{coeur}} = 11{,}9\,\mathrm{TJ}$, $Q_{\text{fleuve}} = 8{,}3\,\mathrm{TJ}$ 3. $\Delta T = 1{,}8\,\mathrm{K}$

Ex2 : 1. $\eta = 1 + \frac{Q_{41}}{Q_{23}}$ 2. $\eta = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2}$ 3. $\eta = 1 - a^{(1-\gamma)/\gamma} = 0{,}45$

Ex3 : 2. $e \leqslant \frac{T_1}{T_3}\cdot\frac{T_3 - T_2}{T_2 - T_1} = 1{,}9$

Ex4 : 1. $m_{\mathrm{B}} = 2{,}4\,\mathrm{kg}$. 2. $e = 14{,}65$ 3. $\mathscr{P} = 0{,}82\,\mathrm{kW}$.
5. $Q_{\mathrm{H}} = (e\eta + 1 - \eta)Q$ 5. $m'_{\mathrm{B}} = 0{,}31\,\mathrm{kg}$.

Ex5 : 3. $x_2 = 0{,}6743$ $h_2 = 1772{,}1\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$
4. $q_{\mathrm{C}} = -1634{,}3\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$ 5. $g_{\mathrm{GV}} = 2635{,}7\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$.
6. $\eta = 0{,}38$ $\eta_{\mathrm{c}} = 0{,}45$ 7. $D_m = 1{,}0\cdot 10^3\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

Ex6 : 2. $\delta Q_f = \frac{T}{T_c - T}\mathscr{P}\mathrm{d}t$ 4. $t = \frac{C}{\mathscr{P}}\left(T_c - T_f + T_c \ln\frac{T_c}{T_f}\right)$ 5. $\mathscr{P} = 49\,\mathrm{kW}$.

Ex7 : 4. $W_{\text{fourni}} = C\left(\sqrt{T_{10}} - \sqrt{T_{20}}\right)^2$