

# Chapitre 27 : Champ magnétique

## 1 Champ magnétique

### 1.1 Source de champ magnétique

Il existe plusieurs phénomènes à l'origine de la production d'un champ magnétique :

Une charge électrique en mouvement est à l'origine d'un champ magnétique. En 1820, Ørsted observe qu'un courant électrique a une action sur une aiguille aimantée. Des bobinages (c'est-à-dire des enroulements de fils électriques) sont utilisés dans de nombreux systèmes magnétiques (moteur électrique, solénoïde d'IRM, plaque à induction,...).

Tous les corps s'aimantent plus ou moins quand on les soumet à une excitation magnétique extérieure. Ils produisent alors eux-même un champ magnétique propre :

- Si l'aimantation perdure lorsque l'excitation magnétique cesse, alors on parle de **ferromagnétisme**. C'est le cas des aimants naturels (fer, oxyde de fer, nickel, cobalt,...). On utilise des matériaux ferromagnétiques pour stocker de l'information sous forme magnétique, comme dans un disque dur par exemple. On s'en sert également pour canaliser des lignes de champ magnétique (électroaimant, transformateur,...).

- Si l'aimantation est dans le même sens que l'excitation magnétique et qu'elle disparaît lorsque l'excitation magnétique cesse, on parle de **paramagnétisme**.

- Si l'aimantation est opposée à l'excitation magnétique et qu'elle disparaît lorsque l'excitation magnétique cesse, on parle de **diamagnétisme**. On utilise par exemple des matériaux diamagnétiques pour réaliser des expériences de lévitation magnétique. Le bismuth, le carbone graphite ou diamant, l'argent, le cuivre ou encore l'eau sont des exemples de matériaux diamagnétiques.

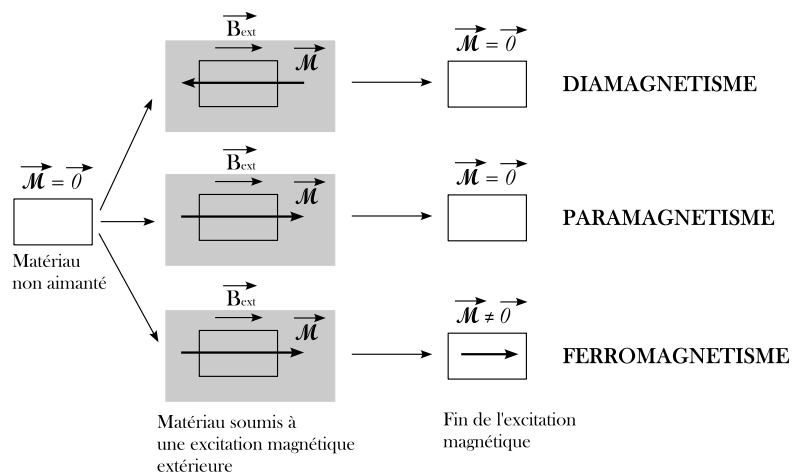


Illustration de la différence entre ferromagnétisme, paramagnétisme et diamagnétisme

## 1.2 Topographie du champ $\vec{B}$

### 1.2.1 définition

Le champ magnétique  $\vec{B}$  est un champ vectoriel. Une source crée en tout point M de l'espace un champ magnétique  $\vec{B}(M)$ , caractérisé par sa norme, sa direction et son sens. La topographie constitue l'étude des cartes de champ magnétique. Ces cartes donnent des informations qualitatives sur la direction du champ  $\vec{B}$ , son intensité et son sens, en tout point de l'espace.

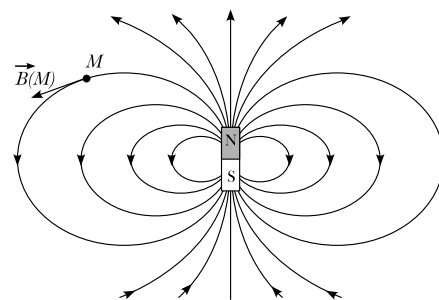
Une carte de champ magnétique représente l'allure des **lignes de champ magnétiques** créées par la source.

Def : Une ligne de champ magnétique est une courbe tangente en tout point de l'espace au champ magnétique, orientée dans le sens du champ magnétique.

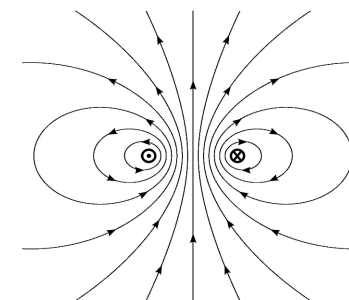
### 1.2.2 Propriétés

- En un point d'une ligne de champ, le champ  $\vec{B}(M)$  est tangent à la ligne de champ, orienté dans le sens de la ligne de champ.
- Deux lignes de champ magnétique ne peuvent se couper qu'en un point où le champ magnétique est nul.
- L'intensité du champ magnétique augmente lorsque les lignes de champ se resserrent et diminue lorsque les lignes de champ s'écartent les unes des autres.
- Sauf cas particuliers, les lignes de champ magnétique sont des courbes fermées qui s'enroulent autour des sources.

### 1.2.3 Exemples : champ créé par une spire circulaire et un aimant droit



Champ  $\vec{B}$  créé par un aimant droit



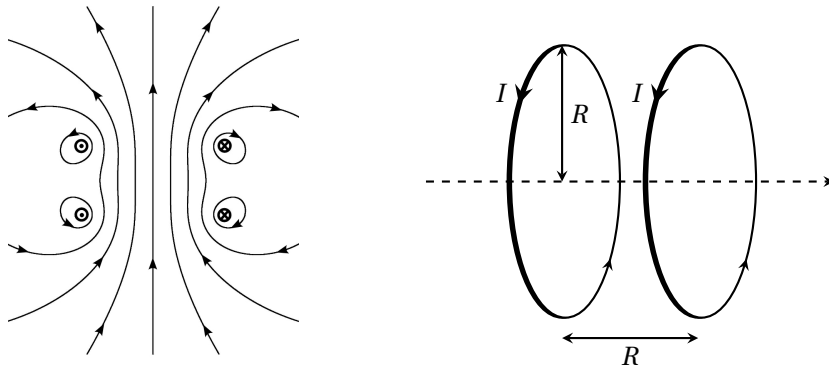
Champ  $\vec{B}$  créé par une spire circulaire

À grande distance de la source, les champs magnétiques créés par un aimant et une spire circulaire sont similaires.

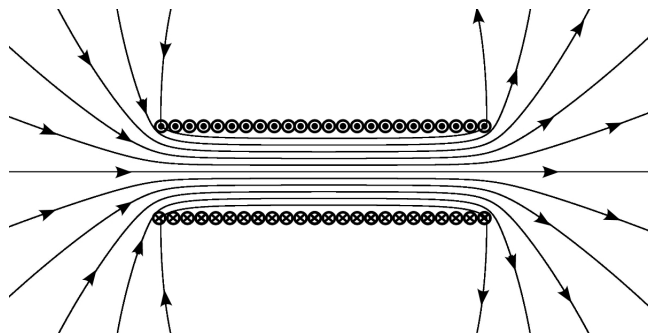
### 1.2.4 Créer un champ magnétique quasi-uniforme

Réaliser un champ magnétique uniforme dans l'espace est indispensable pour certaines applications concrètes comme l'imagerie par résonance magnétique nucléaire (IRM), l'accélération de particules (par synchrotron ou cyclotron), la spectrométrie de masse, la spectrométrie RMN, etc. Un champ magnétique parfaitement uniforme est irréalisable en pratique. Cependant, plusieurs systèmes de degrés de complexités variés permettent d'obtenir un champ quasi-uniforme dans une portion restreinte de l'espace. Nous en présentons ici trois exemples :

**Bobines de Helmholtz :** Il s'agit de l'association de deux bobines identiques de faible épaisseur (on peut les assimiler à des spires), parcourues par le même courant, dans le même sens et dont la distance entre les deux centres est égal au rayon des bobines.

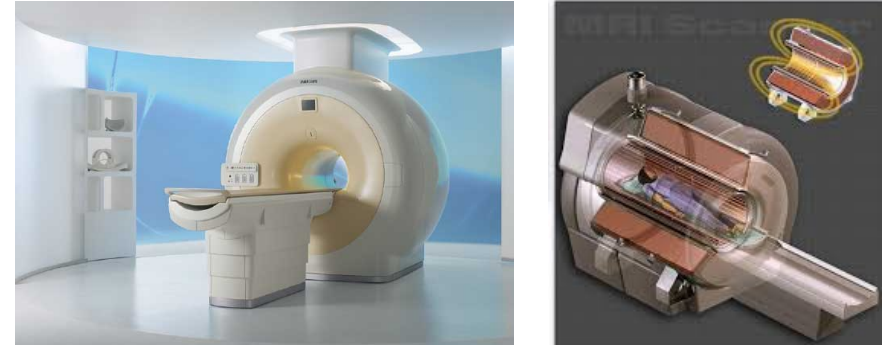


**Solénoïde :** Un solénoïde est un enroulement de fil conducteur sous la forme de spires jointives et possédant une symétrie cylindrique. On appelle densité linéique de spires  $n$  le nombre de spire par unité de longueur du solénoïde. Le champ magnétique est quasi-uniforme à l'intérieur du solénoïde et quasi-nul à l'extérieur.

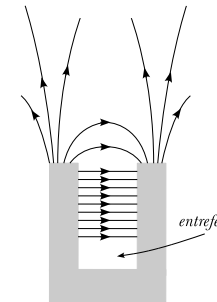


Les solénoïdes sont utilisés en médecine pour réaliser des IRM. Pour obtenir une image en 2D ou 3D de certains tissus du corps humain, l'IRM constitue une méthode privilégiée des professionnels car elle est non invasive et sans radiation. Elle permet d'obtenir des images avec une excellente résolution. Basée sur le principe de la résonance magnétique nucléaire, elle nécessite que le patient soit plongé dans

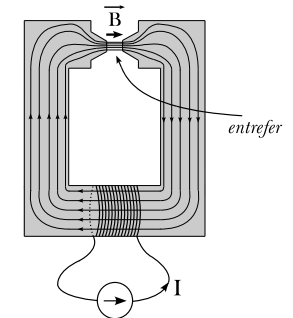
un champ magnétique stationnaire, uniforme et très intense (de l'ordre de plusieurs teslas), obtenu à l'aide d'un solénoïde supraconducteur placé autour du patient.



**Electroaimant :** Un aimant en U produit naturellement un champ magnétique quasi-uniforme dans son entrefer. De manière analogue, on peut créer un champ magnétique à l'aide d'une bobine enroulée autour d'un matériau magnétique. Le matériau canalise les lignes de champ et permet d'obtenir un champ magnétique intense et quasi-uniforme au niveau de l'entrefer. Plus le courant circulant dans la bobine est important et plus le champ produit est intense. Il est assez facile d'obtenir localement des champs de l'ordre du tesla.



Champ  $\vec{B}$  créé par un aimant en U



principe de l'électroaimant

## 1.3 Lien entre champ $\vec{B}$ et intensité du courant

On s'intéresse dans ce paragraphe aux champs magnétiques créés dans l'espace par des courants électriques se propageant dans des circuits filiformes. On notera  $I$  le courant traversant le circuit et on le supposera toujours stationnaire.

### 1.3.1 Élément de courant

**Def :** On considère une branche d'un circuit électrique et  $d\vec{\ell}$  un élément de circuit, situé au point P. On note  $I$  le courant traversant le circuit, orienté dans le sens de  $d\vec{\ell}$ . On appelle élément de courant le vecteur  $d\vec{C} = Id\vec{\ell}$ .

### 1.3.2 Loi de Biot et Savart

La loi de Biot et Savart stipule que le champ magnétique créé dans le vide, en un point M de l'espace, par un élément de courant  $d\vec{C}$  stationnaire situé au point P est donné par la relation :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{C} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \wedge \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

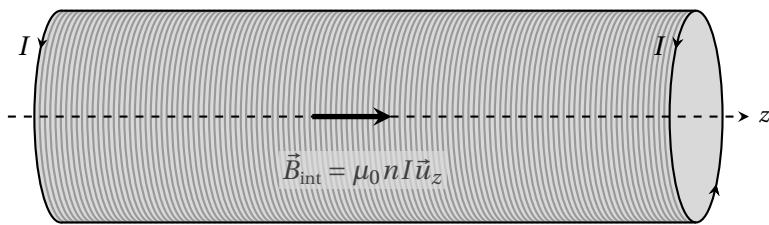
Où  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$  est la **perméabilité magnétique du vide**.

- Le champ magnétique créé est proportionnel à l'intensité du courant traversant le circuit.
- Il est orthogonal à l'élément de courant et son sens est donné par la règle des trois doigts de la main droite.
- Son intensité diminue en proportion de l'inverse du carré de la distance qui sépare M de l'élément de courant.
- Il est défini partout dans l'espace, sauf au niveau du conducteur.
- Pour connaître le champ magnétique créé par une branche entière du circuit électrique, on somme tous les éléments de courant de la branche, ce qui revient à calculer une intégrale.

L'objectif n'est pas ici de calculer l'expression d'un champ magnétique (cela relève du programme de deuxième année), mais de comprendre l'orientation d'un champ magnétique en fonction de la géométrie du circuit électrique à l'origine de ce courant et de comprendre l'influence de la distance par rapport au circuit sur l'intensité du champ.

### 1.3.3 Champ créé par un solénoïde infiniment long

$$\vec{B}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

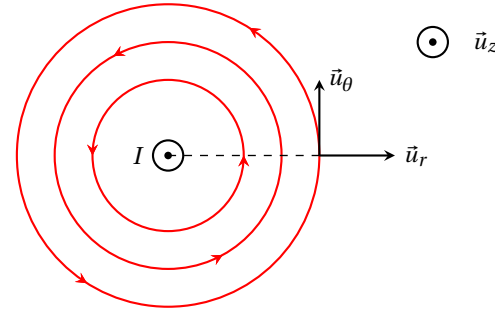


$$\vec{B}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

Le champ créé par un solénoïde infini d'axe (Oz), de densité linéique de spire  $n$ , parcouru par un courant  $I$ , est nul en tout point à l'extérieur du solénoïde. Il est également uniforme partout à l'intérieur, de valeur :

$$\vec{B}_{\text{int}} = \mu_0 n I \vec{u}_z$$

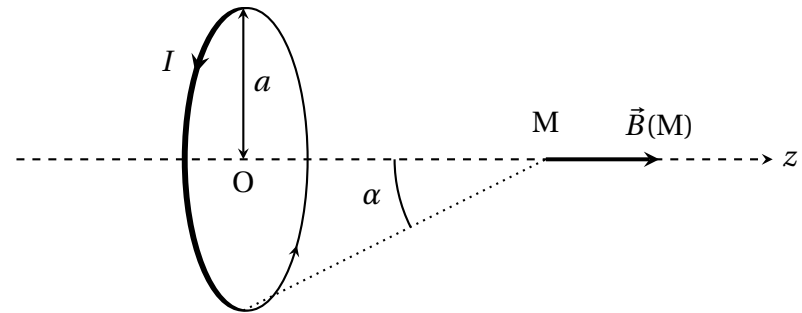
### 1.3.4 Champ créé par un fil rectiligne infini



Le champ  $\vec{B}$  créé par un fil infini rectiligne est orthoradial, il vaut :

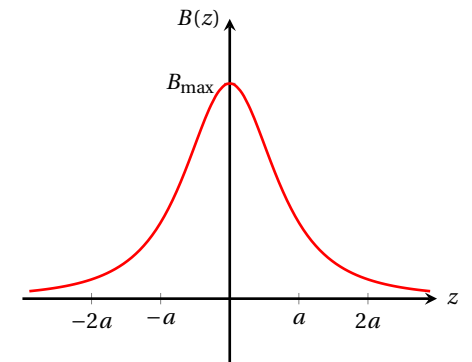
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

### 1.3.5 Champ créé par une spire circulaire de courant sur son axe



Le champ  $\vec{B}$  créé par un fil infini rectiligne vaut:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2a} \sin^3 \alpha \vec{u}_z = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(z^2 + a^2)^{3/2}} \vec{u}_z$$



À retenir : Le champ magnétique créé par une spire circulaire en un point de son axe est axial. Pour déterminer le sens du champ  $\vec{B}$ , on se fie au sens de circulation du courant dans la spire et on suit la règle de la main droite.

## 1.4 Propriétés de symétrie du champ magnétique

### 1.4.1 Principe de Curie

Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.

La réciproque n'est pas vraie, c'est-à-dire que les effets produits peuvent être plus symétriques que les causes.

Ce principe s'applique dans de nombreuses situations en physique. En électromagnétisme, on utilise le principe de Curie pour déterminer des informations sur la forme d'un champ magnétique en étudiant les propriétés de symétrie des courants qui en sont la source.

### 1.4.2 Invariances d'une distribution de courants

Imaginons un observateur placé en un point M de l'espace et une distribution de courant ( $\mathcal{C}$ ). Si, du point de vue de l'observateur, l'allure de la distribution des courants n'a pas été modifiée à la suite d'un certain déplacement dans l'espace, on dit que **la distribution des courants est invariante pour ce déplacement**. D'après le principe de Curie, le champ magnétique produit par cette distribution de courant possède lui-aussi cette invariance.

**Généralement, on utilise les invariances d'une distribution de courants pour réduire au plus petit nombre possible les coordonnées nécessaires pour décrire les variations du champ magnétique.**

### 1.4.3 Symétries d'une distribution de courants

Def : Un plan ( $\Pi_I^+$ ) est un plan de symétrie pour les distributions de courant si en deux points M et M' symétriques par rapport à ( $\Pi_I^+$ ), on trouve des éléments de courants eux-mêmes symétriques l'un de l'autre :  $d\vec{C}(M') = \text{sym}_{(\Pi_I^+)}(d\vec{C})$ .

Def : Un plan ( $\Pi_I^-$ ) est un plan d'antisymétrie pour les distributions de courant si en deux points M et M' symétriques par rapport à ( $\Pi_I^-$ ), chaque élément de courant est l'opposé du symétrique de l'autre :  $d\vec{C}(M') = -\text{sym}_{(\Pi_I^-)}(d\vec{C})$ .

Un plan de symétrie pour les courants est un plan d'antisymétrie pour le champ  $\vec{B}$  (et donc pour les lignes de champ).

Un plan d'antisymétrie pour les courants est un plan de symétrie pour le champ  $\vec{B}$  (et donc pour les lignes de champ).

Si un point M appartient à un plan de symétrie d'une distribution de courants alors le champ magnétique  $\vec{B}(M)$  est **orthogonal** à ce plan.

Si un point M appartient à un plan d'antisymétrie d'une distribution de courants alors le champ magnétique  $\vec{B}(M)$  est **inclus** dans ce plan.

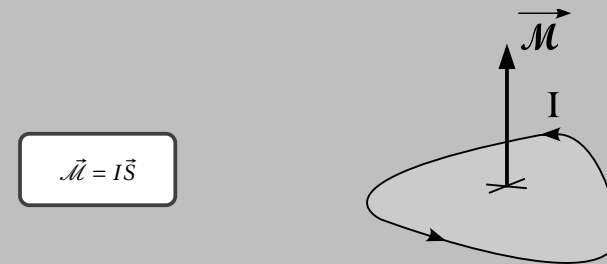
**Généralement, on utilise les symétries d'une distribution de courants pour obtenir des informations sur la direction du champ magnétique produit.**

Applications : solénoïde infini, fil infini, spires circulaires.

## 1.5 Moment magnétique

### 1.5.1 Moment magnétique d'une boucle de courant plane

Def : Soit ( $\mathcal{C}$ ) une boucle de courant contenue dans un plan ( $Oxy$ ), d'aire  $S$ , parcourue par un courant  $I$ . On définit le moment magnétique de ( $\mathcal{C}$ ) de la manière suivante :



Où le vecteur  $\vec{S}$  vérifie les propriétés suivantes :

- $\|\vec{S}\| = S$  : aire de la boucle de courant,
- $\vec{S}$  est orthogonal au plan de la boucle,
- $\vec{S}$  est orienté selon la règle du tire-bouchon : un tire-bouchon qui tourne dans le sens du courant avance dans le sens de  $\vec{S}$ .

### 1.5.2 Moment magnétique d'un aimant

Un matériau aimanté possède un moment magnétique macroscopique non nul même en l'absence de champ magnétique extérieur. Il crée lui-même un champ magnétique propre, dont on a vu l'allure des lignes de champ au 1.2.

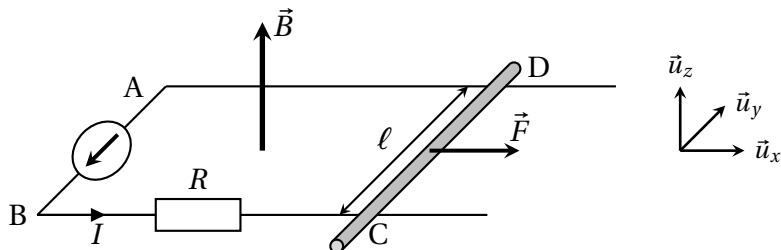
Le moment magnétique d'un aimant définit la direction de l'axe Nord/Sud de cet aimant.  $\vec{\mathcal{M}}$  est orienté du sud vers le nord.

On admet qu'un bon ordre de grandeur du moment magnétique créé par un aimant droit est donné par  $\mathcal{M} \sim \frac{BV}{\mu_0}$  où  $B$  est le champ magnétique au sein de l'aimant et  $V$  son volume. Pour des aimants usuels, on prend comme ordre de grandeur  $B \sim 0,1 \text{ T}$ ,  $V \sim 10^{-4} \text{ m}^3$ , on obtient :

$$\mathcal{M} \sim 1 - 10 \text{ A.m}^2$$

## 2 Force de Laplace

### 2.1 Mise en évidence expérimentale - Rails de Laplace



Un circuit électrique ABCD est composé d'un générateur de Thévenin, de deux rails fixes rectilignes (AD) et (BC) ainsi que d'une tige mobile CD posée sur les rails. On plonge ce circuit dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  stationnaire et uniforme. Tant que le générateur de Thévenin est éteint, la tige CD est immobile. Mais dès que l'on allume le générateur, la tige se met en mouvement et accélère jusqu'à quitter les rails. On constate également que la force change de sens si on change le sens du courant. Cette expérience permet de mettre en évidence l'existence des forces de Laplace, c'est-à-dire des forces exercées par un champ magnétique extérieur sur un conducteur parcouru par un courant électrique.

### 2.2 Densité linéique de la force de Laplace

Un élément de courant  $d\vec{C} = Id\vec{\ell}$  plongé dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  est soumis à une force, appelée **force de Laplace** qui s'exprime sous la forme :

$$d\vec{F} = Id\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

### 2.3 Retour sur les rails de Laplace

Pour déterminer la force de Laplace résultante qui s'exerce sur une portion de circuit électrique plongée dans un champ  $\vec{B}$  extérieur, il faut sommer (c'est-à-dire intégrer) sur tous les éléments de courants qui constituent le circuit. On va retenir un résultat pratique, valable dans un cas simple, celui d'un circuit filiforme parcouru par un courant uniforme et plongé dans un champ  $\vec{B}$  extérieur uniforme.

On considère une portion de circuit électrique filiforme, située entre deux points M et N de l'espace, parcourue par un courant  $I$  uniforme et plongée dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  uniforme. La force de Laplace résultante qui s'exerce sur ce circuit vaut :

$$\vec{F}_{\text{lap}} = I\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$

On obtient que la résultante des forces de Laplace qui s'exerce sur la tige s'exprime sous la forme:

$$\vec{F} = IB\ell \vec{u}_x$$

Où  $\ell$  est la distance qui sépare les deux rails.

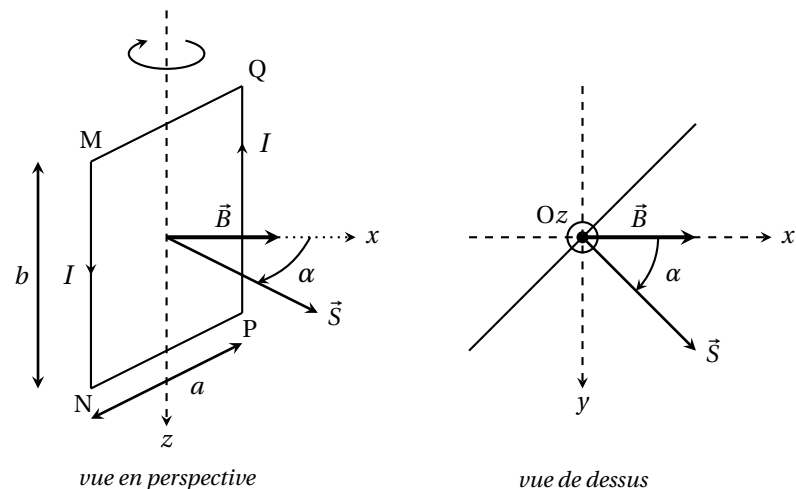
On en déduit immédiatement l'expression de la puissance des forces de Laplace s'exerçant sur la tige puisque dans cette expérience,  $\vec{v} = v\vec{u}_x$  est colinéaire à  $\vec{F}$  :

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v} = IB\ell v$$

### 2.4 Cadre rectangulaire conducteur en rotation autour de son axe de symétrie

#### 2.4.1 Schéma du dispositif

Les forces de Laplace permettent de mettre en translation une tige mobile, mais elles peuvent également mettre un conducteur en rotation, comme nous allons le voir sur l'exemple suivant. Une spire rectangulaire est parcourue par un courant  $I$  et elle est libre de tourner autour d'un axe de symétrie passant par les centres de deux côtés opposés. Cette spire est plongée dans un champ magnétique stationnaire et uniforme orthogonal à l'axe.



#### 2.4.2 Moment résultant des actions de Laplace sur un circuit filiforme rectiligne

Comme pour la force résultante, déterminer le moment résultant des actions de Laplace sur un circuit consiste à sommer les moments infinitésimaux qui s'exercent sur chaque élément de courant de ce circuit. Pour la suite, nous allons admettre un résultat, valable dans un cas simple.

On considère une portion de circuit électrique filiforme et **rectiligne**, située entre deux points M et N de l'espace, parcourue par un courant  $I$  uniforme et plongée dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  uniforme.

Pour le calcul du moment des actions de Laplace sur ce circuit (par rapport à un point ou bien un axe orienté), **tout se passe comme si la force de Laplace résultante sur ce circuit** ( $\vec{F}_{\text{lap}} = I \vec{MN} \wedge \vec{B}$  d'après le résultat précédent) s'exerce au centre du segment [MN]

### 2.4.3 Couple des actions de Laplace qui s'exercent sur le cadre

La résultante des forces de Laplace qui s'exercent sur la spire est nulle. Par contre, le moment résultant, c'est-à-dire le couple, n'est pas nul. On montre que le couple des forces de Laplace qui s'exerce sur la spire vaut :

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$$

On montre par suite que la puissance des actions de Laplace s'exprime sous la forme :

$$\mathcal{P} = \Gamma_z \omega = -\mathcal{M} B \dot{\alpha} \sin \alpha$$

On admet qu'on peut élargir les résultats précédents à n'importe quel moment magnétique plongé dans un champ magnétique extérieur :

Un circuit ou un aimant de moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme  $\vec{B}$  subit un couple magnétique de moment :

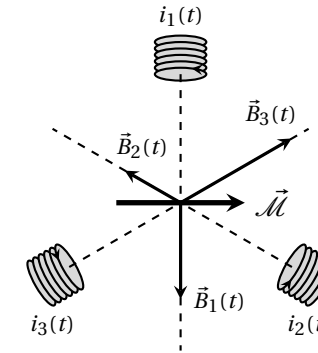
$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$$

### 2.5 Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant

Plongé dans un champ magnétique, un aimant subit le couple magnétique  $\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$ . D'après le TMC, il existe deux positions d'équilibres :  $\alpha = 0$  ou  $\alpha = \pi$ . Dans les deux cas, cela correspond à un moment magnétique aligné sur le champ  $\vec{B}$ . Pour  $\alpha = 0$ , le moment est orienté dans le même sens que  $\vec{B}$ , c'est une position d'équilibre stable. Pour  $\alpha = \pi$ , le moment est en sens opposé au champ  $\vec{B}$ , c'est une position d'équilibre instable.

Plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme, un aimant subit un couple magnétique qui tend à aligner son moment magnétique sur le champ  $\vec{B}$ , dans le sens de  $\vec{B}$ .

### 2.6 Effet moteur d'un champ magnétique tournant



En utilisant astucieusement le couple magnétique, à l'aide de plusieurs champs magnétiques variables, on peut mettre en rotation uniforme un moment magnétique (une aiguille aimantée par exemple). On prend le cas d'un système de trois bobines, placées aux sommet d'un triangle équilatéral et orientées de telle manière que leur axe soit confondu avec une médiane de ce triangle. On place une aiguille aimantée au niveau du centre de gravité. En faisant parcourir dans les bobines des courants sinusoïdaux de même amplitude mais déphasés deux à deux d'un angle égal à  $2\pi/3$  :

$$\begin{cases} i_1(t) = i_0 \cos(\omega t) \\ i_2(t) = i_0 \cos(\omega t \pm 2\pi/3) \\ i_3(t) = i_0 \cos(\omega t \pm 4\pi/3) \end{cases}$$

on observe que l'aiguille aimantée est mise en mouvement de rotation uniforme, avec une fréquence égale à la fréquence du générateur électrique. Ceci est possible car le champ magnétique total créé par les trois bobines au niveau de l'aiguille est un champ tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ . Cette expérience illustre le principe des **machines synchrones**, c'est-à-dire des moteurs électriques dans lesquelles le champ  $\vec{B}$  tourne à la même vitesse que l'aimant. Dans un tel moteur, c'est le stator qui joue le rôle des bobines et le rotor celui de l'aiguille.

Rq : La même expérience peut être réalisée avec deux bobines placées dans deux directions orthogonales et alimentées en quadrature de phase.