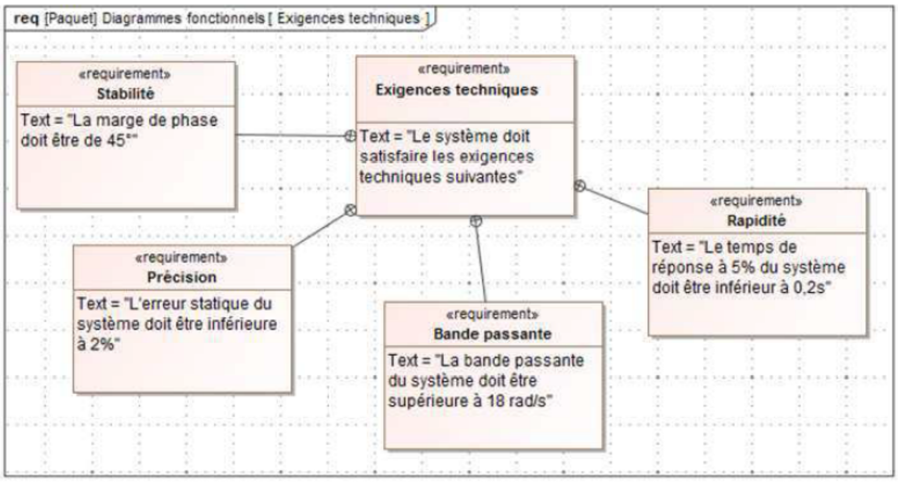
DM 4 - SI

Consignes

- Copies propres et bien présentées: encadrer vos résultats, souligner les applications numériques (avec une règle bien sûr)...
- **Aucun retard ne sera accepté.**

1. Radar d'avion

Le support d'étude est un radar d'avion dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel. Ce système permet notamment au pilote de détecter des engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux, ...) et de connaître leur position. L'objectif de cette étude est de vérifier si l'asservissement proposé ici en phase de conception est compatible aux performances attendues par le client.



La solution proposée est un asservissement de position angulaire du radar : l'angle souhaité est de $\theta_c(t)$, l'angle réel du radar est $\theta_r(t)$. La différence des deux angles est transformée en une tension $u_m(t)$, selon la loi $u_m(t) = A(\theta_c(t) - \theta_r(t))$. La tension $u_m(t)$ engendre, via un moteur de fonction de transfert $H_m(t)$, une vitesse angulaire $\omega_m(t)$. Cette vitesse angulaire est réduite grâce à un réducteur de vitesse, selon la relation $\omega_r(t) = B\omega_m(t)$ ($B < 1$), $\omega_r(t)$ étant la vitesse angulaire du radar.
On donne la relation $\omega_r(t) = \dfrac{d\theta_r(t)}{dt}$.

Question 1: Réaliser le modèle en schéma-bloc du système.

Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes :

$$u_m(t) = e(t) + Ri(t) \qquad e(t) = k_e\omega_m(t)$$
$$J\frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \qquad C_m(t) = k_m i(t)$$

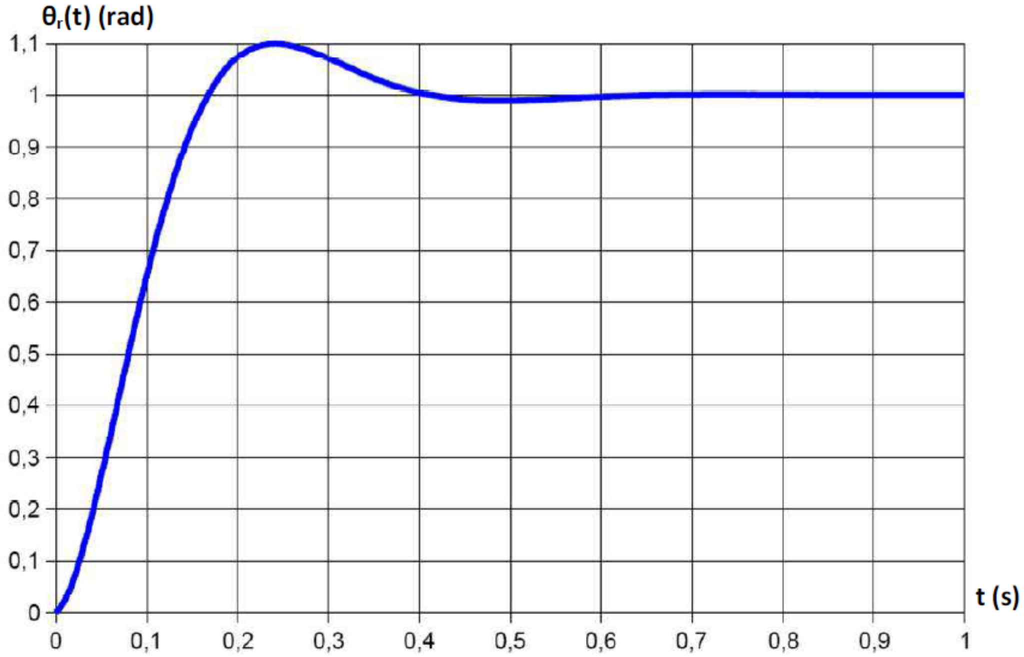
Avec :
$u_m(t)$: tension aux bornes du moteur (en V)
$e(t)$: force contre-électromotrice (en V)
$it)$: intensité (en A)
$\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur (en rad/s)
$C_m(t)$: couple moteur (en Nm)
J : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m²)
R : résistance électrique du moteur (9,1 Ω)
k_e : constante de force contre-électromotrice
k_m : constante de couple

Question 2: Déterminer la fonction de transfert $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.

Question 3: Montrer que $H_m(p)$ peut se mettre sous la forme canonique $H_m(p) = \dfrac{K_m}{1+\tau p}$ et déterminer les valeurs littérales de K_m et τ.

Question 4: Déterminer $\omega_m(t)$ lorsque $u_m(t)$ est un échelon de tension d'amplitude u_0, en fonction de K_m, τ et u_0. Pour $\omega_m(t)$, préciser la valeur à l'origine, la pente de la tangente à l'origine et la valeur finale en régime permanent.

La réponse à un échelon unitaire (réponse indicielle) obtenue à partir d'une simulation du système de fonction de transfert $H(p)$ est donnée sur la figure suivante :



Question 5: Déterminer la fonction de transfert de $H(p) = \dfrac{\theta_r(p)}{\theta_c(p)}$. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme $H(p) = \dfrac{K}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$. Déterminer les expressions de K, ξ et ω_0 en fonction de K_m, τ, A et B.

Question 6: Déterminer, en expliquant la démarche, les valeurs numériques de K, ξ et ω_0.

Question 7: Déterminer le temps de réponse à 5%. Conclure quant à la capacité du système proposé par le bureau d'étude à vérifier le critère de rapidité du cahier des charges.