



---

# DS 3 (jeudi) - SI

---

## Consignes

- Copies propres et bien présentées: encadrer vos résultats, souligner les applications numériques (avec une règle bien sûr)...
- Uniquement la calculatrice est autorisée.
- Les exercices sont indépendants.

## Table des matières

<b>1 Bille dans un cercle</b>	<b>2</b>
1.1 Bille sur un rail fixe . . . . .	2
1.2 Bille sur un rail mobile . . . . .	2
<b>2 Anémomètre</b>	<b>3</b>
2.1 Présentation . . . . .	3
2.2 Étude . . . . .	5
2.2.a Travail préliminaire . . . . .	5
2.2.b Étude géométrique . . . . .	5
2.2.c Étude cinématique . . . . .	5

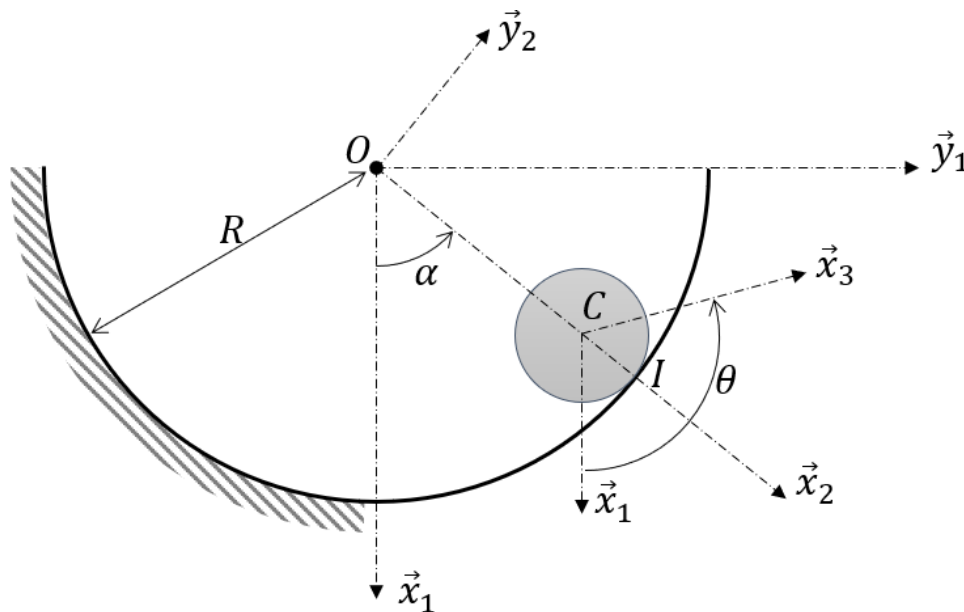
# 1. Bille dans un cercle

## 1.1 Bille sur un rail fixe

Une bille considérée comme une sphère homogène, de centre  $C$ , de rayon  $r$ , roule sans glisser sur un rail circulaire fixe de centre  $O$  et de rayon  $R$ .

On note  $I$  le point de contact de la sphère avec le rail et :

- $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  le repère lié au rail fixe.
- $R_2 = (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  le repère permettant de suivre la position du centre de la bille  $C$  par rapport au rail circulaire. On pose aussi  $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ .
- $R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  le repère lié à la bille. On pose  $\theta = (\vec{x}_1, \vec{x}_3)$ .



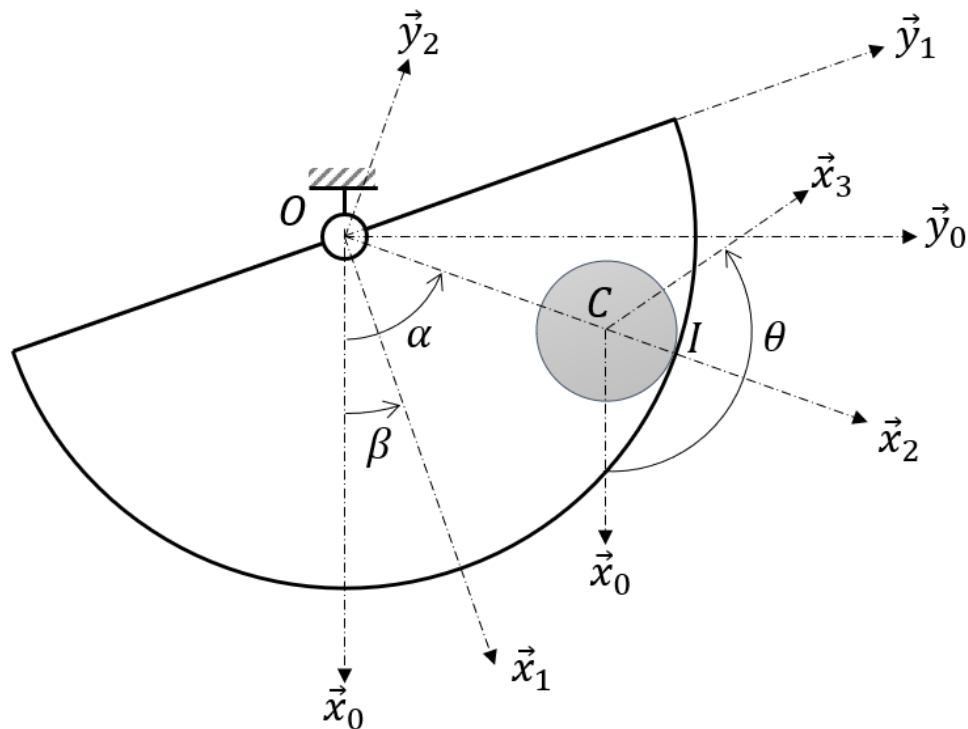
**Question 1:** En traduisant sous forme de liaison les mouvements **des repères** entre eux, réaliser un graphe des liaisons.

**Question 2:** Réaliser la ou les figure(s) de changement de base.

**Question 3:** Établir une relation entre  $r$ ,  $R$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\dot{\alpha}$ .

## 1.2 Bille sur un rail mobile

On pose maintenant  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le repère lié à un bâti fixe. Dans cette seconde étude, le rail 1 est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_1)$  avec le bâti et on note  $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ . Les angles précédents sont désormais tous repérés par rapport à  $R_0$ , soit :  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$  et  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$ .

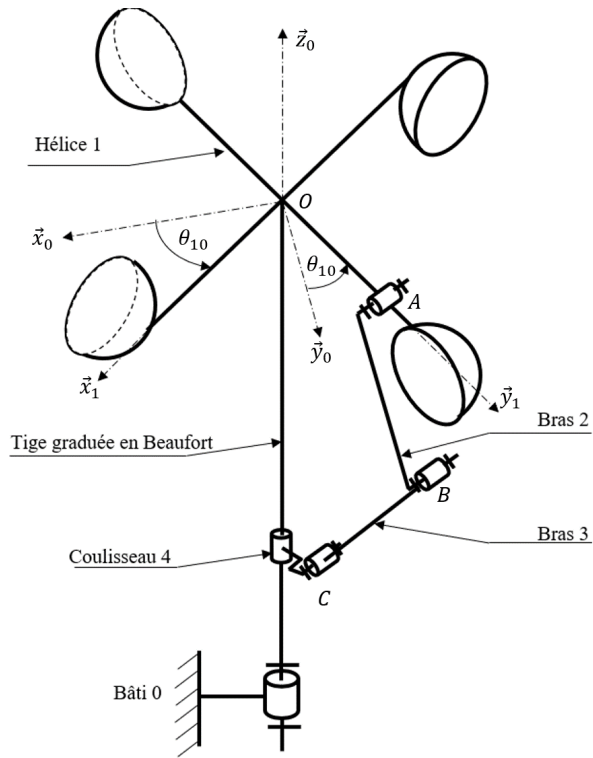


**Question 4:** Adapter la méthode précédente afin d'établir la relation entre  $r$ ,  $R$ ,  $\beta$ ,  $\theta$  et  $\alpha$ .

## 2. Anémomètre

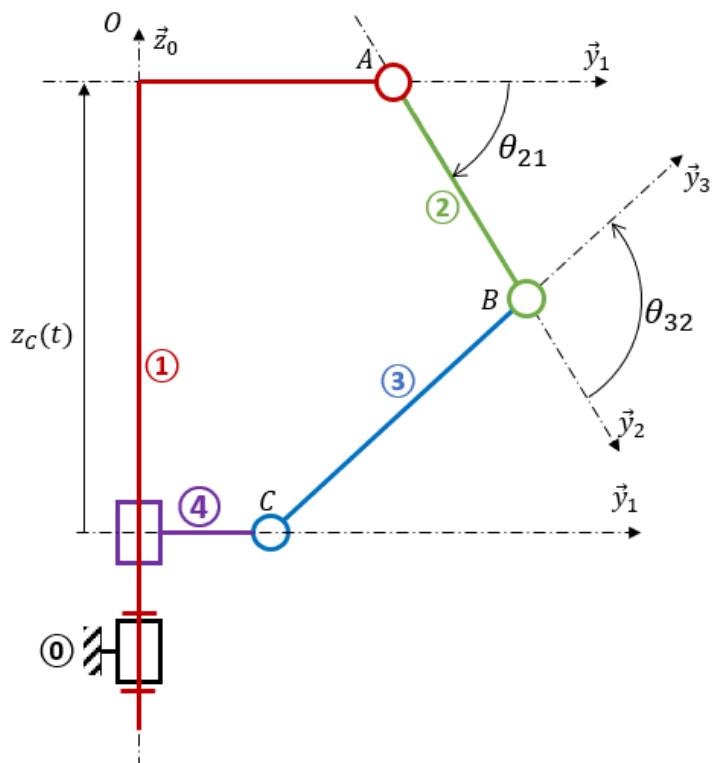
### 2.1 Présentation

Sous l'action du vent, l'hélice 1 tourne. Les bras 2 et 3 s'écartent alors sous l'effet centrifuge, entraînant le coulisseau 4 dans leur mouvement. Celui-ci coulisse le long de la tige verticale graduée en  $m/s$  et avec l'échelle de *Beaufort* indiquant la vitesse du vent.



Pour l'étude qui suit, le paramétrage et le schéma cinématique dans le plan  $(O, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  sont donnés :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} &= R\vec{y}_1; \\ \overrightarrow{AB} &= L_2\vec{y}_2; \\ \overrightarrow{CB} &= L_3\vec{y}_3; \\ \overrightarrow{OC} &= r\vec{y}_1 - z_c(t)\vec{z}_0 \end{aligned}$$



## 2.2 Étude

### 2.2.a Travail préliminaire

**Question 5:** Tracer le graphe des liaisons et réaliser les figures de changement de base.

### 2.2.b Étude géométrique

**Question 6:** Déterminer l'expression de  $z_c$  en fonction de  $\theta_{21}$  et des longueurs  $L_2, L_3, R$  et  $r$ .

### 2.2.c Étude cinématique

**Question 7:** Écrire les torseurs cinématiques pour chaque liaison. On posera  $\overrightarrow{\Omega}_{4/3} = \omega_{43}\vec{x}_1$  et  $\overrightarrow{\Omega}_{4/1} = \omega_{41}\vec{z}_0$ .

**Question 8:** Déterminer la vitesse  $\overrightarrow{V}_{B,2/0}$ .

- (a) Par composition des vitesses.
- (b) Par dérivation.

**Question 9:** Écrire la fermeture cinématique sous forme de torseur.

**Question 10:** En déduire  $\omega_{43}$  et  $\omega_{41}$  en fonction des autres paramètres.