Liaisons équivalentes - Cinématique

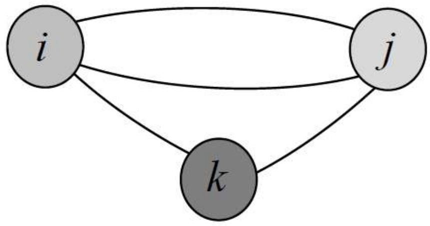
Compétence

Modéliser :

- Déterminer la liaison cinématiquement équivalente à une association de liaisons ;

L'objectif de cours est d'introduire le principe d'association de liaison, qu'elle soit en parallèle ou en série. On parlera de manière générale de liaison équivalente.

1. Définition



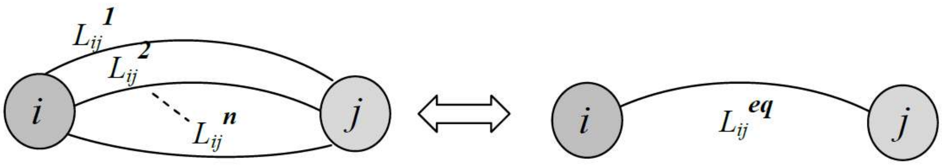
Supposons qu'il existe entre les pièces i et j, plusieurs liaisons réalisées avec ou sans pièce intermédiaire.

La liaison équivalente à l'ensemble des liaisons situées entre les pièces i et j est la liaison théorique de référence qui a le même comportement que cette association de liaisons.

C'est-à-dire qu'elle transmet la même action mécanique et qui autorise le même mouvement.

2. Liaisons en parallèle

Soient n liaisons disposées en parallèle entre deux solides.



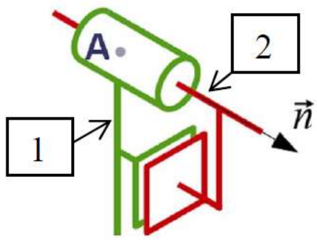
2.1. Torseur cinématique équivalent

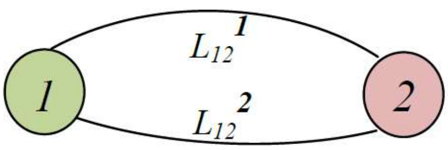
On a par compatibilité des mouvements :

$$\boxed{\left\{\mathcal{V}_{i/j}^{eq}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{i/j}^{1}\right\} = \left\{\mathcal{V}_{i/j}^{2}\right\} = \cdots = \left\{\mathcal{V}_{i/j}^{n}\right\}}$$

2.2. Exemple

Soit une modélisation par le schéma cinématique suivant.





<u>Liaison équivalente par approche cinématique :</u>

$$\{\mathcal{V}_{1/2}^{eq}\} = \{\mathcal{V}_{1/2}^{1}\} = \{\mathcal{V}_{1/2}^{2}\}$$

$$\begin{Bmatrix} p_{12}^{eq} & u_{12}^{eq} \\ q_{12}^{eq} & v_{12}^{eq} \\ r_{12}^{eq} & w_{12}^{eq} \end{Bmatrix}_{A,(-,-,\vec{n})} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{12}^{1} & w_{12}^{1} \end{Bmatrix}_{A,(-,-,\vec{n})} = \begin{Bmatrix} 0 & u_{12}^{2} \\ 0 & v_{12}^{2} \\ r_{12}^{2} & 0 \end{Bmatrix}_{A,(-,-,\vec{n})}$$

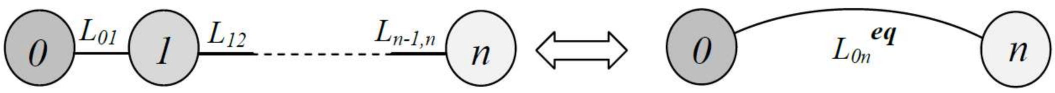
Donc :

$$\{\mathcal{V}_{1/2}^{eq}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{12}^{eq} = r_{12}^{1} = r_{12}^{2} & 0 \end{Bmatrix}_{A,(-,-,\vec{n})}$$

La liaison équivalente est une liaison pivot d'axe $(A, \vec{n})$.

3. Liaison en série

Soient n liaisons à la suite l'une de l'autre par l'intermédiaire de $n + 1$ solides. On obtient une chaîne ouverte.

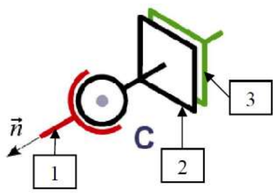


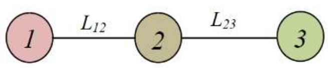
3.1. Torseur cinématique équivalent

On effectue une composition de mouvements :

$$\boxed{\{\mathcal{V}_{n/0}^{eq}\} = \{\mathcal{V}_{n/n-1}\} + \cdots + \{\mathcal{V}_{1/0}\}}$$

3.2. Exemple





<u>Liaison équivalente par approche cinématique :</u>

$$\{\mathcal{V}_{1/3}^{eq}\} = \{\mathcal{V}_{1/2}\} + \{\mathcal{V}_{2/3}\}$$

$$\begin{Bmatrix} p_{13}^{eq} & u_{13}^{eq} \\ q_{13}^{eq} & v_{13}^{eq} \\ r_{13}^{eq} & w_{13}^{eq} \end{Bmatrix}_{C,(-,-,\vec{n})} = \begin{Bmatrix} p_{12} & 0 \\ q_{12} & 0 \\ r_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{C,(-,-,\vec{n})} + \begin{Bmatrix} 0 & u_{23} \\ 0 & v_{23} \\ r_{23} & 0 \end{Bmatrix}_{C,(-,-,\vec{n})}$$

Donc :

$$\{\mathcal{V}_{12}^{eq}\} = \begin{Bmatrix} p_{13}^{eq} = p_{12} & u_{13}^{eq} = u_{23} \\ q_{13}^{eq} = q_{12} & v_{13}^{eq} = v_{23} \\ r_{12}^{eq} = r_{12} + r_{23} & 0 \end{Bmatrix}_{C,(-,-,\vec{n})}$$

La liaison équivalente est une liaison ponctuelle d'axe $(C, \vec{n})$.