

**DU PROGRAMME PRÉCÉDENT :**• **Compléments sur la décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle**

Aucune théorie sur la décomposition en éléments simples n'est au programme... par contre, il faut savoir décomposer, sans aide, en éléments simples une fraction rationnelle simple.

Conformément au programme : « Dans le cas où le dénominateur possède une racine multiple ou un facteur irréductible de degré 2, la forme cherchée doit être fournie »

• **Calcul de primitives et d'intégrales**

*Ce chapitre n'a pas pour but de permettre de résoudre des exercices théoriques d'intégration.*

**I - Rappels et compléments****II - Quelques méthodes de calcul****III - Formule d'intégration par parties****IV - Changement de variable**

➔ Changement de variable : application aux calculs d'intégrales et de primitives

➔ Un changement de variable à connaître pour les fonctions en sin, cos et tan :  $t = \tan \frac{x}{2}$ .

Ex. Sur  $]0, \pi[$ , une primitive de  $x \mapsto \frac{1}{\sin x}$  est  $x \mapsto \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right|$  (\*)

➔ Applications aux intégrales de fonctions paires/impaires sur  $[-a, a]$ , d'une fonction périodique sur une période

RQ pour les interrogateurs : Les règles de Bioche ne sont pas au programme.

• **Équations différentielles linéaires (EDL)****I - Vocabulaire général sur les équations différentielles**

➔ Vocabulaire général sur les ED : ordre, équation linéaire, courbes intégrales.

**II - EDL d'ordre 1 de la forme**  $y' + a(x)y = b(x)$  (E), où a et b continues sur I intervalle de  $\mathbb{R}$

➔ Cas particulier des EDL 1 à coefficients constants, condition initiale.

➔ Équation homogène associée à (E) et forme des solutions : Les solutions de l'EDL 1 (E) s'obtiennent en faisant la somme de la solution générale de l'équation homogène associée (H) et d'une solution particulière de (E).

➔ Expression de la solution générale de l'équation homogène associée (H).

➔ Recherche d'une solution particulière : pp. de superposition des solutions, solution évidente, si a est une constante on recherche d'une solution de la même forme que le second membre, mth. de variation de la cste.

➔ Condition initiale : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy

**NOUVEAU COURS :**• **Équations différentielles linéaires (EDL)**

**III - EDL 2 à coefficients constants** :  $ay'' + by' + cy = \varphi(x)$  (E)

➔ Équation homogène associée à (E) et forme des solutions : Les solutions de l'EDL 2 (E) s'obtiennent en faisant la somme de la solution générale de l'équation homogène associée (H) et d'une solution particulière de (E) :

➔ Expression de la solution générale de l'équation homogène associée (H).

    Cas où les coefficients sont **réels** (expression des solutions à **valeurs réelles**).

➔ Recherche d'une solution particulière : pp. de superposition des solutions, solution évidente, recherche d'une solution de la même forme que le second membre.

Exemples fait dans le cours :  $y'' - 5y' + 6y = e^{2x} + 5e^{-x}$  (\*)

$$y'' + y' + y = x \cos x + 1 \quad (*)$$

➔ Conditions initiales : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy

**Vu en TD :**

➔ Exemple de raccord des solutions

➔ Exemple de changement de fonction inconnue pour la résolution d'EDL (cf. ex. à savoir refaire)

➔ Exemple de changement de variable pour la résolution d'EDL (cf. ex. à savoir refaire)

(\*) Démonstrations / Méthodes à connaître et TOUT le cours est à connaître !

Prévisions semaine n° 10 : Ensembles et applications

Déroulement d'une colle

## 1. Une question parmi :

    Calcul d'une intégrale ou primitive par changement de variable

    Citer les théorèmes de résolution d'une EDL 1 ou EDL 2 homogène

## 2. Exercice(s)

Un cours non connu entraîne une note < 10.

(\*) Démonstrations / Méthodes à connaître et TOUT le cours est à connaître !

## Semaine de colles n°9 du 27/11/23 au 01/12/23- Exercices à savoir refaire

Exercices Chap. 6

Pas de liste d'exercices à savoir refaire pour ce chapitre :

Il faut savoir calculer des intégrales et primitives

À vous de vous entrainer sur les exos de la feuille de TD (déjà faits ou dont vous avez eu la correction)

Exercices Chap. 7

Il faut savoir et résoudre des EDL 1 et EDL 2 à coefficients constants.

À vous de vous entrainer sur les exos de la feuille de TD (déjà faits ou dont vous avez eu la correction)

Exercice 12 : Changement de fonction inconnue.

On considère l'équation  $(x^2 + x)y'' + (x - 1)y' - y = 0$ . (E)

1. Déterminer les fonctions polynômiales, non nulles, solutions de (E).

2. Sur  $]1, +\infty[$ , poser  $y : x \mapsto (x - 1)z(x)$  où  $z$  est 2 fois dérivable et résoudre (E) sur  $]1, +\infty[$ .

$$\text{On donne : } \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}, \frac{3x^2 + 1}{x(x-1)(x+1)} = -\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} + \frac{2}{x+1}$$

(Vous devez être capable de retrouver ce développement en éléments simples)

Exercice 14 : Changement de variable.

Résoudre sur  $\mathbb{R}^{+*}$ , l'équation différentielle  $x^2y'' + xy' + y = 0$  (E), en posant  $x = e^t$ .

Exercice 17 :

Trouver toutes les fonctions  $f$  réelles, dérivables sur  $\mathbb{R}$  telles que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(-x)$ .

Ind. On justifiera que  $f$  est deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

Exercices Chap. 7 - Complément : raccord de solutionsExercice 1 :

On considère l'équation différentielle (E) suivante :  $(1 - x)y' + xy = e^x$

1. a. Résoudre (E) sur  $I_1 = ]-\infty, 1[$ .

b. Résoudre (E) sur  $I_2 = ]1, +\infty[$ .

2. Dans cette question on suppose qu'il existe  $f$  une solution de (E) sur  $\mathbb{R}$ .

a. Donner la forme de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

b. Justifier que  $f$  est continue en 1. Que peut-on en déduire ?

c. Justifier que  $f$  est dérivable 1. Que peut-on en déduire ?

3. Déterminer toutes les solutions de (E) sur  $\mathbb{R}$ .