

DEVOIR DE REVISIONS

Ce devoir est destiné à vous préparer à la rentrée ; vous pouvez vous aider de votre cours ou de l'aide de vos camarades si vous le souhaitez...Mais il faut rendre impérativement une copie par étudiant la semaine de la rentrée ! En cas de question, vous pouvez me joindre par mail à l'adresse : physique.guillon@laposte.net

Exercice 1 : résolution d'équations différentielles

Pour chacune des équations suivantes, donner la dimension de la grandeur demandée et la solution à l'équation :

- $\frac{dy}{dt} + \alpha y = K_0$ où $y(t)$ est une position au cours du temps avec $y(0)=0$. $[\alpha] = ?$ $y(t) = ?$
- $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 U_0$ où $u(t)$ est une tension au cours du temps ; $\omega_0 = 10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$; $Q = 1$; $u(0)=0$; $u'(0)=0$. $u(t) = ?$
- $\frac{dv}{dt} = -\lambda v^2$ où $v(t)$ est une vitesse au cours du temps ; $v(0)=V_1$; $[\lambda] = ?$ $v(t) = ?$
- $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} T = -\frac{1}{\delta^2} T_0$ où $T(x)$ est une température en fonction de x ; $T(-L)=T(+L)=T_1$; $[\delta] = ?$; $T(x) = ?$
- $\tau \frac{dE}{dt} + E = E_0 \cos(\omega t)$ où E est une énergie au cours du temps ; $[\tau] = ?$; $E(t)$ en régime permanent = ?

Exercice 2 : étude du bioéthanol

L'épuisement des ressources fossiles ainsi que l'augmentation de l'effet de serre impliquent de trouver des solutions économes en consommation de pétrole notamment dans le domaine des transports. Une voie consiste à mélanger l'essence à des biocarburants: le bioéthanol est ainsi présent à hauteur de 10% dans l'essence SP95-E10, et jusqu'à 85% dans le superéthanol E85.

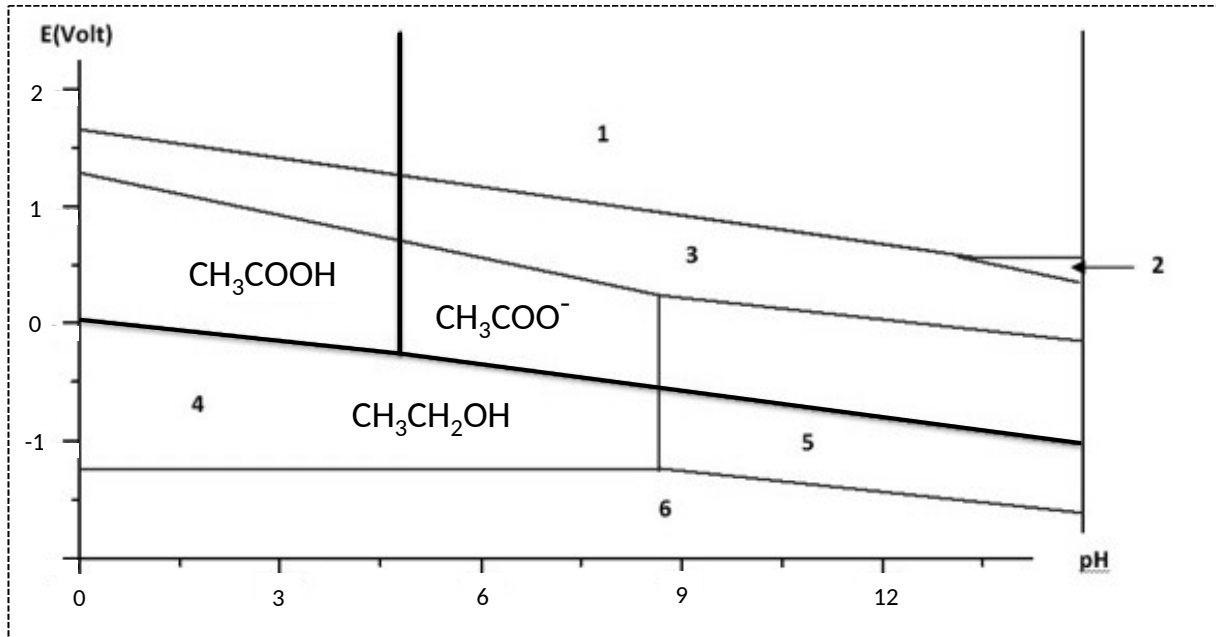
Les biocarburants de seconde génération sont issus de sources ligno-cellulosiques (bois, feuilles, pailles). Afin de fabriquer le biocarburant, la cellulose contenue dans ces végétaux est tout d'abord séparée de la lignine et de l'hémicellulose par cuisson acide puis par explosion à la vapeur. La cellulose, polymère de glucose, est ensuite transformée en glucose (sucre à six atomes carbone de formule brute $C_6H_{12}O_{6(s)}$) par hydrolyse enzymatique. Le glucose est enfin transformé en éthanol lors d'une étape de fermentation utilisant des levures.

- Ecrire l'équation chimique (réaction (1)) de la synthèse de l'éthanol liquide à partir de la fermentation anaérobie d'une mole de glucose ($C_6H_{12}O_{6(s)}$), seul du dioxyde de carbone est produit en même temps que l'éthanol.

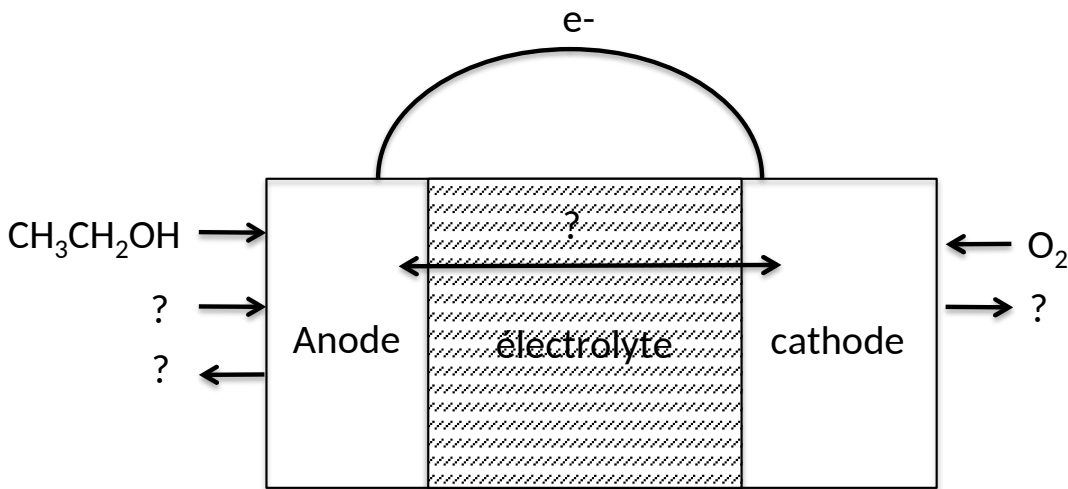
On a superposé ci-après les diagrammes potentiel-pH du manganèse (traits fins) et de l'éthanol (traits épais).

Conventions de tracé :

- Concentration totale en espèce dissoute : $C = 10^{-2} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.
 - On considérera qu'il y a égalité des concentrations aux frontières séparant deux espèces en solution.
- Associer aux différents domaines du diagramme potentiel-pH de l'élément manganèse les espèces solides Mn, MnO_2 et $Mn(OH)_2$ ainsi que les ions en solution Mn^{2+} , MnO_4^- et MnO_4^{2-} . Justifier. On précisera pour chaque espèce du manganèse son degré d'oxydation.
 - Déterminer l'équation de la frontière verticale séparant l'espèce 4 de l'espèce 5.
 - Donner (en justifiant) l'équation de la frontière verticale séparant CH_3COOH et CH_3COO^- ainsi que celle de la frontière séparant CH_3COOH et CH_3CH_2OH .
 - En utilisant le graphique, déterminer le potentiel standard du couple MnO_2/Mn^{2+} .



Moins toxique que le méthanol, le bioéthanol peut être utilisé dans des piles à combustible selon le schéma :



6. Sachant que l'équation bilan est la même que celle de la combustion de l'éthanol dans l'air, reproduire et compléter le schéma de la pile en renseignant les espèces chimiques manquantes et en précisant le sens des ions dans l'électrolyte et des électrons dans le circuit extérieur.
7. Commenter succinctement les avantages et inconvénients pratiques de cette pile.
8. Ecrire les demi-équations à chaque électrode.

Le bioéthanol peut aussi être utilisé pour produire du dihydrogène par reformage. En général, c'est le Rhodium à l'état métallique qui est utilisé comme catalyseur.

9. Situer le Rhodium dans la classification périodique (ligne et colonne).
10. Le Rhodium métallique cristallise selon la structure cubique à face centrée. Sachant que sa masse volumique est d'environ $12,4 \text{ g/cm}^3$, en déduire le rayon atomique de l'élément Rh.

Données :

Numéros atomiques : $Z(\text{Mn})=25$, $Z(\text{Rh})=45$

Masses molaires : $M(\text{Rh})= 103 \text{ g.mol}^{-1}$, $M(\text{C}) = 12 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{H}) = 1,0 \text{ g.mol}^{-1}$

Constante d'Avogadro : $N_A= 6,0.10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Constante des gaz parfaits : $R= 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Constante de Faraday : $F= 96500 \text{ C.mol}^{-1}$

Constante de Nernst à 298 K : $\frac{RT}{F} \ln 10 = 0,06 \text{ V}$

$\text{p}K_s(\text{Mn}(\text{OH})_2) = 12,7$ à 25°C

Constante d'équilibre de la réaction d'autoprotolyse de l'eau à 25°C : $K_e = 10^{-14}$

$\text{p}K_a(\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-) = 4,8$ à 25°C

Potentils redox standards à $\text{pH} = 0$ et à 25°C : $E^\circ(\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}) = 0,037 \text{ V}$

$E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$

Exercice 3 : création de vagues dans une piscine

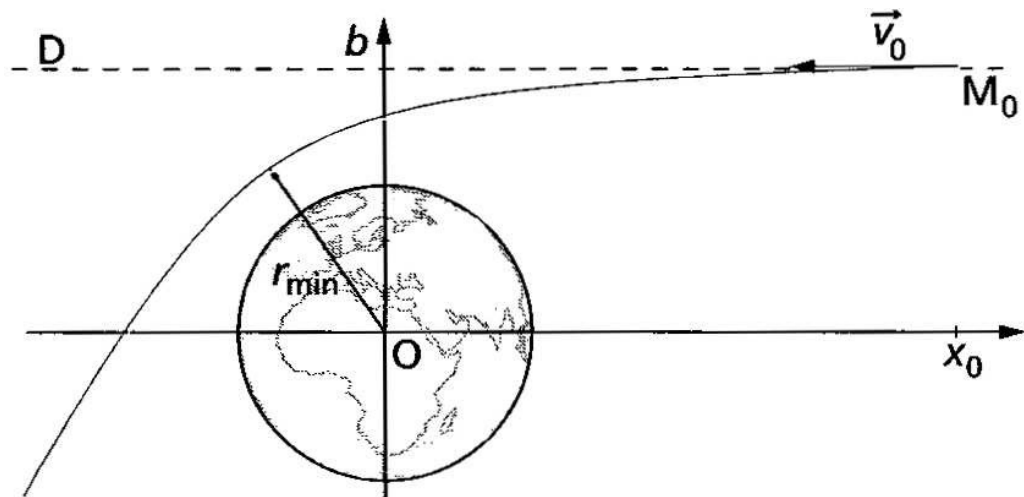
Pour créer des vagues dans une piscine, on fait effectuer des oscillations verticales à un gros corps de masse M immergé. Ce corps de masse volumique ρ et de volume V est plongé dans l'eau de masse volumique ρ_{eau} et suspendu à un ressort de raideur k et de longueur à vide L_0 , accroché en un point A. On tient compte d'une force de frottement visqueux du type $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$, exercée par l'eau sur le corps. Soit R le référentiel terrestre supposé galiléen.

1. Ecrire la condition d'équilibre du corps de masse M ; en déduire la relation vérifiée par la longueur à l'équilibre notée l_{eq} : $l_{\text{eq}} = l_0 + \frac{(M - \rho_{\text{eau}} V)g}{k}$. Au besoin, cette relation pourra être utilisée par la suite, même si elle n'a pas été démontrée.
2. On s'intéresse au mouvement vertical du corps et on note z la position de son centre de gravité G suivant un axe vertical orienté vers le bas, **en prenant pour origine la position d'équilibre**. Donner l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$. La mettre sous la forme $\ddot{z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$ pour faire apparaître les constantes ω_0 et Q dont on précisera les unités.
3. A l'aide d'un piston, on impose à l'extrémité A du ressort, un mouvement vertical sinusoïdal selon la loi $z_A(t) = Z_{\text{Am}} \cos(\omega t)$ centré sur la position de A précédente. Exprimer la tension du ressort en fonction de z , z_A , k , l_{eq} et L_0 . Ecrire dans le référentiel R l'équation différentielle vérifiée par $z(t)$.
4. On s'intéresse au régime permanent sinusoïdal forcé; on passe en notation complexe : $z = Z_m e^{j\psi} e^{j\omega t}$. Montrer que, en utilisant les variables Q et ω_0 , on peut écrire : $z[-\omega^2 + j\omega \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2] = \omega_0^2 Z_{\text{Am}} e^{j\omega t}$
5. Calculer l'amplitude Z_m des oscillations du corps. On utilisera la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$.
6. Définir le phénomène de résonance en amplitude; donner la condition sur Q pour l'obtenir ainsi que la pulsation réduite de résonance x_r et la valeur du maximum Z_{Max}
7. Donner l'allure générale du graphe $Z_m = f(x)$.
8. Dans ce dispositif, l'intérêt du ressort est de permettre d'obtenir des oscillations du corps d'amplitude Z_m supérieure à celle Z_{Am} de l'excitation. On veut que $Z_m > 3Z_{\text{Am}}$. A quelle condition approximative (on ne demande pas la condition précise) sur Q existe-t-il des valeurs de ω pour lesquelles $Z_m > 3Z_{\text{Am}}$?

Exercice 4 : Distance minimale de passage d'un astéroïde

Le référentiel géocentrique, de repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est supposé galiléen, et on néglige les effets gravitationnels du Soleil.

Un astéroïde de masse m et de taille négligeable par rapport à la masse M_T de la Terre est repéré en M_0 , à une distance très grande de la Terre où on supposera que son influence gravitationnelle est négligeable. On mesure son vecteur vitesse $\vec{v}_0 = -v_0 \vec{u}_x$, tel que la distance du centre de la Terre à (M_0, \vec{u}_x) est b (b est le « paramètre d'impact »).



1. Montrer que l'énergie mécanique et le moment cinétique par rapport à O de l'astéroïde se conservent. Justifier que ces 2 constantes valent respectivement : $E_m = \frac{1}{2} m v_0^2$ et $\vec{L}_0 = mC \vec{u}_z = mbv_0 \vec{u}_z$. Que désigne la constante C ?

2. Justifier que la trajectoire suivie est une hyperbole. Préciser son foyer,

3. On note la force gravitationnelle $\vec{F} = \frac{-k}{r^2} \vec{u}_r$ avec $k = GmM_T$. Exprimer l'énergie potentielle gravitationnelle $E_p(r)$.

4. A un instant t , on décompose l'énergie mécanique de l'astéroïde en 2 termes : $E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E_{p_{\text{eff}}}(r)$. Exprimer l'énergie potentielle effective $E_{p_{\text{eff}}}(r)$ en fonction de m , M_T , et L_0 .

5. Déterminer la distance minimale r_{min} à laquelle l'astéroïde passe du centre de la Terre et donner la condition de non collision.