

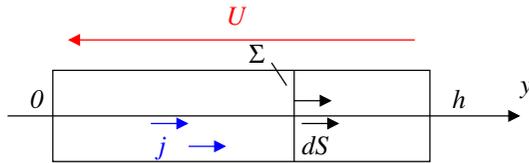
CCINP Physique-Chimie PSI 2020¹

Q01. Loi d'Ohm locale : $\vec{j} = \gamma \vec{E} = -\gamma \overrightarrow{\text{grad}V}$, $\gamma_{\text{Cu}} \approx 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$.

Q02. On peut proposer la **loi de Fourier** qui indique que, pour le phénomène de conduction thermique, \vec{j}_{th} le vecteur courant thermique ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) est proportionnel au gradient de température (T en K), la constante de proportionnalité étant au signe près la **conductivité thermique** λ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) :

$$\vec{j}_{th} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}$$

Q03. $I = \iint_{\Sigma} \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint_{\Sigma} j \vec{u}_y \cdot dS \vec{u}_y = j \iint_{\Sigma} dS \Rightarrow I = j \times S$



$$U = \int_0^h \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_0^h E \vec{u}_y \cdot dy \vec{u}_y = E \times h \Rightarrow U = \frac{j}{\gamma} \times h$$

Q04. En convention récepteur :

$$R_{\Omega} = \frac{U}{I} = \frac{jh/\gamma}{jS} \Rightarrow R_{\Omega} = \frac{h}{\gamma S}$$

Q05. Il s'agit d'une **équation de diffusion** (dérivée seconde spatiale et première temporelle). Par analyse dimensionnelle :

$$\left[D \frac{\partial^2 \vec{j}}{\partial x^2} \right] = \left[\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \right] \Rightarrow \frac{[D]}{[L^2]} = \frac{1}{[T]}$$

Dans le système international d'unités, D s'exprime donc en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Q06. Le courant se propage selon la direction Oy , il faut donc considérer une section droite de vecteur surface élémentaire $d\vec{S} = dx dz \vec{u}_y$, c'est à dire pour l'intensité totale traversant ce conducteur :

$$i(t) = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = \int_{z=0}^p \int_{x=0}^{+\infty} j_0 e^{-x/\delta} \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) dx dz$$

$$\Leftrightarrow i(t) = pj_0 \left[\frac{-\delta}{\sqrt{2}} e^{-x/\delta} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \frac{x}{\delta}\right) \right]_0^{\infty} = \frac{pj_0 \delta}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \pi/4)$$

L'intensité efficace est définie selon $i(t) = I_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos(\omega t - \pi/4)$, on en déduit par identi-

$$\text{fication } I_{\text{eff}} = \frac{pj_0 \delta}{2}$$

Q07. Puissance volumique instantanée dissipée par effet Joule : $p_v(t) = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma \|\vec{E}\|^2$.

En combinant l'expression de P_{Joule} et de l'intensité efficace on en déduit :

$$P_{\text{Joule}} = \frac{j_0^2 p h \delta}{4\gamma} = \frac{4I_{\text{eff}}^2}{p^2 \delta^2} \times \frac{p h \delta}{4\gamma} \Rightarrow P_{\text{Joule}} = \frac{h}{\gamma \times (p\delta)} I_{\text{eff}}^2$$

On en déduit par identification $R = \frac{h}{\gamma \times (p\delta)}$, tout se passe comme si le courant occupait

non pas tout le conducteur selon la direction (Ox) mais se **localisait au voisinage de la surface sur une épaisseur** δ , cette longueur nommée « épaisseur de peau » indique qu'un courant variable pénètre de manière limitée dans un conducteur ohmique.

Q08. Pour une conductivité infinie, la résistance du matériau est nulle et $P_{\text{Joule}} = 0$. Pour une conductivité nulle, aucun courant ne circule dans le matériau $P_{\text{Joule}} = 0$ (remarque : la formulation à I_{eff} fixée est étrange).

Q09. $R \propto \frac{1}{\delta}$ et $\delta \propto \frac{1}{\sqrt{f}}$ donc $R \propto \sqrt{f}$, c'est à dire $\alpha = 1/2$. Toutes choses égales par ailleurs, **la puissance dissipée augmente donc avec la fréquence**.

Q10. Dans l'énoncé, il est indiqué que l'inducteur, le stator pour une MCC, est constitué d'un grand nombre de spires en série et parcourues par un courant d'intensité plutôt « faible ». Pour l'induit, les spires sont en parallèle et un courant plus intense les parcourt.

De ces informations, on conclut que **la résistance de l'inducteur doit être plutôt importante et l'inductance élevée et inversement pour l'induit**, en conséquence :

$$B : \text{inducteur} \quad \text{et} \quad A : \text{induit}$$

Q11. D'après la question 9, **la résistance augmente avec la fréquence**. Du fait de l'effet de peau, le courant se concentre en haute fréquence à la périphérie du fil, la section utile diminue.

$$\text{Équation de Maxwell-Faraday : } \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

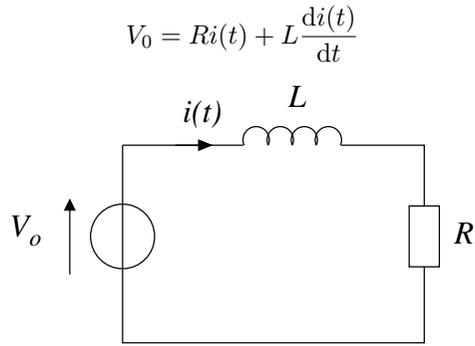
Loi de Lenz : « l'induction par ses effets tend à s'opposer aux causes qui lui ont donné naissance ».

L'induction est plus importante à haute fréquence (dérivée temporelle du champ magnétique) et du fait de la loi de Lenz, **les courants induits tendent à s'opposer au champ magnétique qui les a créés** et donc à réduire les inductances propres.

Q12. Si le rotor tourne, une force électromotrice apparaît et le circuit ne se résume pas à l'association série d'une inductance et d'une résistance.

L'intensité au sein du circuit vérifie l'équation différentielle :

1. Remarques : cedric.grange@laposte.net



En régime permanent $i_\infty = V_0/R$. Avec $V_0 = 10$ V et $i_\infty = 2,0$ A (asymptote horizontale), on en déduit $R = 5,0 \Omega$.

La constante de temps $\tau = L/R$ s'obtient en considérant la méthode des « 63% », $\tau \approx 0,6$ ms, c'est à dire $L \approx 3$ mH.

Les valeurs obtenues sont cohérentes avec les valeurs proposées.

Q13. Si l'impédance de la MCC est grande devant R_2 , on peut considérer que tout le courant traversant R_1 traverse R_2 et on peut appliquer la formule du pont diviseur de tension :

$$V_{MCC} = \frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}$$

Q14. On applique de même un pont diviseur de tension pour les grandeurs complexes et une excitation sinusoïdale en entrée :

$$V_{MCC} = \frac{1}{\frac{1}{jC_2\omega} + \frac{1}{jC_1\omega}} U_0 \Rightarrow V_{MCC} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} U_0$$

Le résultat étant indépendant de la fréquence, il peut s'appliquer pour des très basses fréquences et donc en régime continu.

Q15. $V_{moy} = \frac{V_{sat} \times \alpha T + -V_{sat} \times (1 - \alpha)T}{T} \Rightarrow V_{moy} = V_{sat} \times (2\alpha - 1)$.

Q16. Avantages et inconvénients des différents dispositifs :

- *pont résistif* : crée le bon rapport de tension mais **forte dissipation d'énergie**, si l'essentiel de l'intensité délivrée par le générateur passe dans la résistance R_2 et non dans la MCC, **l'essentiel de l'énergie est dissipée par effet Joule** !
- *pont capacitif* : une fois le **régime permanent** atteint, le premier condensateur se comporte comme un circuit ouvert et **la MCC n'est plus alimentée en courant**.
- *montage ALI* : le réglage de α permet de choisir le niveau de tension mais l'ALI est un composant de **l'électronique de signal** et ne peut délivrer une puissance

supérieure à 0,2 W, **pas assez de puissance pour alimenter la MCC** !

En conclusion, aucune de ces méthodes n'est applicable pour transférer efficacement une puissance réglable d'où l'intérêt du hacheur.

Q17. ALI 1 : régime linéaire possible (rétroaction sur la borne inverseuse) ; **ALI 2 : régime de saturation** (pas de rétroaction sur la borne inverseuse).

Q18. On applique une loi des nœuds en terme de potentiel à l'entrée inverseuse de l'ALI 1 :

$$\frac{v_B - v_-}{R_3} = jC\omega (v_- - v_A)$$

Pour cet ALI idéal dans l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire : $v_- = v_+ = 0$ (borne positive reliée à la masse). On en déduit :

$$v_B = -j\omega R_3 C v_A \Rightarrow v_B(t) = -R_3 C \frac{dv_A}{dt}$$

Le montage fonctionne en **intégrateur**.

Q19. L'ALI fonctionne en régime de saturation, le dispositif constitue un **comparateur à hystérésis**. Posons $V_\ell = \frac{V_{sat} R_4}{R_5}$.

L'application de la loi des nœuds en terme de potentiel au niveau de la borne non inverseuse de l'ALI 2 conduit à :

$$\frac{v_A - v_+}{R_4} = \frac{v_+ - v_B}{R_5} \Leftrightarrow v_+ = \frac{R_5 v_A + R_4 v_B}{R_4 + R_5}$$

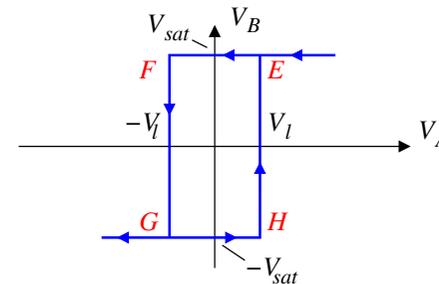
$v_B(t) = V_{sat}$ à condition que $v_+ > v_- = 0$ c'est à dire :

$$v_B = +V_{sat} \text{ à condition que } v_A > -\frac{R_4 V_{sat}}{R_5} = -V_\ell$$

$v_B(t) = -V_{sat}$ à condition que $v_+ < v_- = 0$ c'est à dire :

$$v_B = -V_{sat} \text{ à condition que } v_A < +\frac{R_4 V_{sat}}{R_5} = +V_\ell$$

Ce qui donne pour le cycle d'hystérésis :



Q20. Considérons que l'ALI 2 vient de basculer à $v_B = +V_{sat}$ en sortie et que l'on se trouve au point E du cycle.

D'après la question Q18, v_A vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{dv_A(t)}{dt} = -\frac{V_{sat}}{R_3 C} \Leftrightarrow v_A(t) = -\frac{V_{sat}}{R_3 C} t + cste$$

Compte tenu de la condition initiale, il vient :

$$v_A(t) = -\frac{V_{sat}}{R_3 C} t + \frac{V_{sat} R_4}{R_5}$$

Cette expression est valable tant que $v_A(t) > -V_\ell$ (point F du cycle), c'est à dire jusqu'à t_1 tel que :

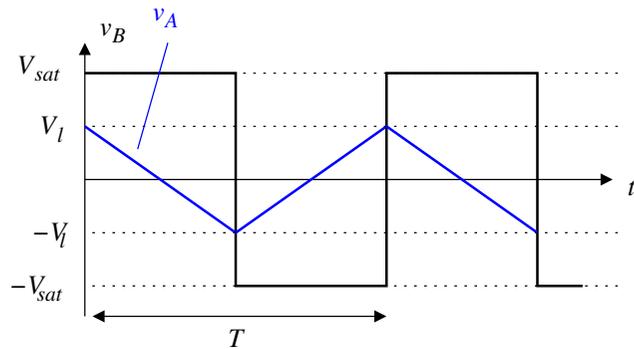
$$-\frac{V_{sat}}{R_3 C} t_1 + \frac{V_{sat} R_4}{R_5} = -\frac{V_{sat} R_4}{R_5} \Rightarrow t_1 = 2R_3 C \times \frac{R_4}{R_5}$$

La sortie de l'ALI 2 bascule alors à $-V_{sat}$ tandis que v_A est continue (tension aux bornes d'un condensateur). On décrit alors la portion GH du cycle de même durée que la portion EF .

En conclusion, v_A est une tension triangle centrée d'amplitude V_ℓ et V_B une

tension créneau d'amplitude V_{sat} toutes deux de période $T = 4R_3 C \times \frac{R_4}{R_5}$.

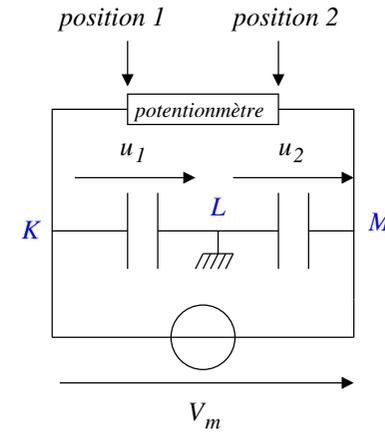
L'augmentation de R_3 augmente la période des signaux mais ne modifie pas leur amplitude.



Q21. La tension V_m se partage sur les deux condensateurs. Les deux condensateurs étant identiques, on a nécessairement un partage équitable avec $u_1 = u_2 = V_m/2$; compte tenu que le point L est à la masse (potentiel nul), on en déduit $v_K = -V_m/2$ et $v_L = V_m/2$ (cf. figure ci-contre).

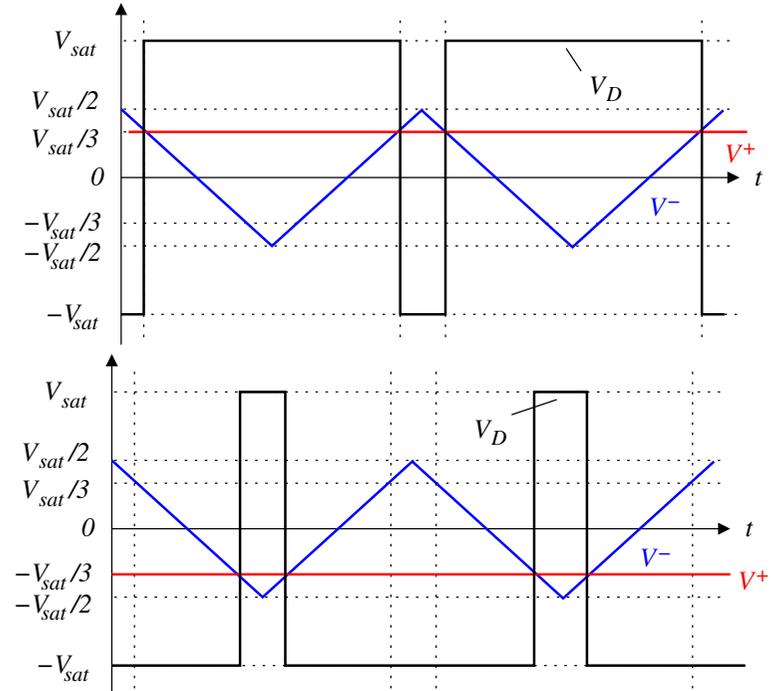
À la position extrême 1, la borne + correspond au point K et $V^+ = \beta V_m = -V_m/2$; à la position extrême 2, la borne + correspond au point M et $V^+ = \beta V_m = V_m/2$.

On en déduit que $\beta \in [-1/2, 1/2]$.



La résistance d'entrée infinie de l'ALI assure que le branchement du point C sur le point A ne modifie pas l'état électrique du point A (le résultat de la question Q20 reste valable). L'ALI 3 fonctionne en **comparateur simple** :

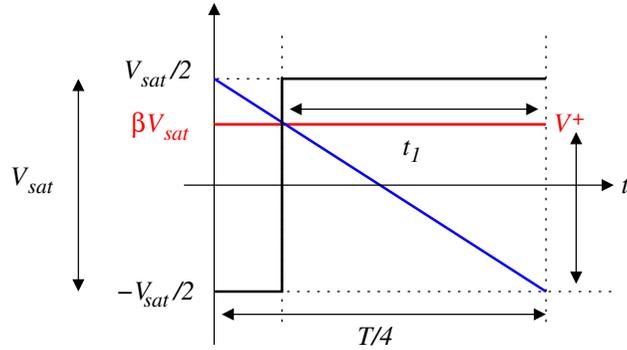
- si $V^+ > V^- \Rightarrow V_D = +V_{sat}$;
- si $V^+ < V^- \Rightarrow V_D = -V_{sat}$.



Q22. La période de la commande est égale à la période des signaux v_A et v_B en conséquence (avec $R_5 = 2R_4$) :

$$f_h = \frac{1}{2R_3C}$$

Pour déterminer le rapport cyclique, on peut se concentrer sur le premier quart de période.



t_1 est la durée pendant laquelle le signal de sortie est en saturation haute durant ce quart de période. Le théorème de Thalès conduit à :

$$\frac{t_1}{\beta V_{sat} + V_{sat}/2} = \frac{T/4}{V_{sat}} \Rightarrow \frac{t_1}{T/4} = \beta + \frac{1}{2}$$

Ce rapport est bien la proportion du temps passé en saturation haute, c'est le rapport cyclique $\alpha = \beta + 1/2$.

Q23. $G_{th} = 1/R_{th}$ qui s'exprime en $W \cdot K^{-1}$ dans le système international d'unités.

Q24. On applique un **premier principe de la thermodynamique au transistor** entre deux instants voisins t et $t + dt$. Pour ce système solide, on peut négliger les travaux mécaniques vis à vis des échanges thermiques qui sont au nombre de deux : la puissance apportée en volume et l'échange thermique entre le transistor et le boîtier (le signe « - » assure que l'énergie est bien sortante si $T_t(t) > T_b(t)$).

$$C_t dT_t = P_s(t)dt - G_{tb}(T_t(t) - T_b(t)) dt$$

$$\Leftrightarrow C_t \frac{dT_t}{dt} + G_{tb}T_t(t) = P_s(t) + G_{tb}T_b(t)$$

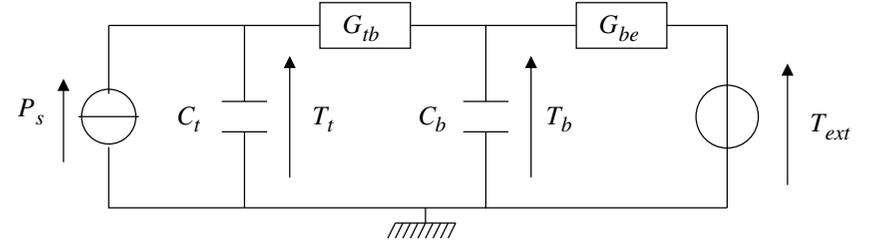
Q25. De manière similaire, on applique un **premier principe de la thermodynamique au boîtier** entre deux instants voisins t et $t + dt$. Il faut tenir compte des deux échanges avec le transistor et l'extérieur :

$$C_b dT_b = G_{tb}(T_t(t) - T_b(t)) dt + G_{be}(T_{ext} - T_b(t)) dt$$

$$\Leftrightarrow C_b \frac{dT_b}{dt} + (G_{be} + G_{tb})T_b(t) = G_{be}T_{ext} + G_{tb}T_t(t)$$

Q26. Les potentiels électriques correspondent aux températures. Il semble tou-

tefois nécessaire de **modifier le schéma proposé** pour que l'extérieur ne soit au contact que du boîtier, il vient alors :



Q27. D'après la loi de Newton, h s'exprime en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$ dans le système international d'unités.

L'application du premier principe de la thermodynamique nécessite de pouvoir **définir une température pour le système**. Comme la température du système varie spatialement, on se ramène donc à des tranches d'épaisseur dx sur lesquelles on peut définir un équilibre thermodynamique local.

Q28. On applique un **premier principe de la thermodynamique** à une tranche de longueur dx . En **régime permanent** les apports doivent compenser les pertes :

$$j_Q(x) \times be - j_Q(x + dx) \times be - h(T(x) - T_a) \times (2bdx + 2edx) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{dj_Q}{dx} dx \times be = 2h(T(x) - T_a) \times (b + e) \times dx$$

$$\stackrel{\text{loi de Fourier}}{\Rightarrow} \lambda \frac{d^2T(x)}{dx^2} \times be = 2h(T(x) - T_a) \times (b + e)$$

On en déduit : $\frac{d^2T(x)}{dx^2} - \frac{T(x)}{L^2} = -\frac{T_a}{L^2}$ avec $L^2 = \frac{\lambda be}{2h(b + e)} \approx \frac{\lambda e}{2h}$ ($b \gg e$).

A.N. : $L = \sqrt{\frac{16 \times 2 \times 10^{-3}}{2 \times 160}} \Rightarrow L \approx 1 \text{ cm} \ll a$.

Q29. La température évolue sur une distance caractéristique $L \ll a$, l'ailette peut donc être considérée comme semi-infinie. La solution générale de l'équation différentielle est de la forme :

$$\forall x > 0, T(x) = T_a + Ae^{-x/L} + Be^{x/L}$$

La température ne devant pas diverger à grande distance, ceci impose $B = 0$; enfin la continuité de la température à l'origine impose :

$$T(x = 0^+) = T_a + A = T(x = 0^-) = T_0 \Rightarrow A = T_0 - T_a$$

$$\forall x \geq 0, T(x) = T_a + (T_0 - T_a) \exp\left(-\frac{x}{L}\right)$$

Q30. En régime permanent, la puissance thermique évacuée par l'ailette est égale à la puissance thermique reçue par l'ailette en $x = 0$:

$$P_{tot} = j_Q(x = 0^+) \times be = -\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0^+} \times be \Rightarrow P_{tot} = \frac{\lambda(T_0 - T_a)be}{L}$$

Compte tenu de l'expression de L : $P_{tot} = b\sqrt{2\lambda he}(T_0 - T_a)$.

La température du matériau atteint la température extérieure pour $x \approx 5L$, il n'y alors plus de transfert thermique, on retient donc $a' = 5L = 5,0 \text{ cm}$.

On note que le radiateur n'est pas constitué d'une longue ailette mais de **plusieurs ailettes** réparties sur le dispositif pour maximiser la surface d'échange.

Q31. Première situation (les deux rames pleines) : le travail moteur du poids de la rame qui descend compense le travail résistant du poids de la rame qui monte. Pour des rames se déplaçant à vitesse constante, on peut donc considérer que **la puissance électrique fournie vient compenser la puissance dissipée par les frottements et les pertes**.

Par la suite on considérera que cette puissance de pertes ne dépend pas du remplissage des rames $P_{pertes} = 4,0 \text{ kW}$.

Seconde situation (rame qui descend à moitié remplie) : la présence d'une rame descendante à moitié remplie et d'une rame qui monte remplie revient à considérer la montée d'une demi-rame. **En plus de la puissance de pertes, la puissance électrique doit permettre la montée d'une demi-rame au rythme indiqué par le débit de passagers**.

Il faut compenser la puissance résistante du poids d'une demi-rame qui s'élève sur une hauteur h en transportant $D/2$ passagers par heure (demi-rame), chaque passager ayant une masse moyenne $m = 70 \text{ kg}$, ce qui correspond, en valeur absolue, à une puissance :

$$P_{poids} = mgh \times \frac{D}{2}$$

C'est à dire pour la nouvelle puissance :

$$P' = mgh \times \frac{D}{2} + P_{pertes}$$

$$\text{A.N. : } P' = 70 \times 9,81 \times 250 \times \frac{750}{3600} + 4,0 \times 10^3 \Rightarrow P' \approx 40 \text{ kW}$$

Q32. Comme on l'a vu à la question précédente, **la puissance électrique doit être ajustée** en fonction du remplissage des rames, c'est l'intérêt du hacheur série qui peut régler la puissance transmise au MCC en **jouant sur le rapport cyclique**.

Le hacheur série présenté est un **hacheur un quadrant** qui n'est réversible ni en courant ni en tension et ne permet le transfert de puissance que de la source vers la charge. Pour récupérer l'énergie lorsque la rame qui descend est plus chargée, **il faudrait disposer**

d'un hacheur réversible en puissance. La connaissance des différents architectures des hacheurs n'étant pas au programme il est difficile de proposer une réponse plus détaillée.

Q33. Les numéros atomiques étant donnés, on détermine les configurations électroniques des deux éléments :

- Na (Z=11) : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1 \rightarrow$ **troisième ligne, première colonne**.
- Cl (Z=17) : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ **troisième ligne, avant-dernière colonne** (7^e ou 17^e selon que l'on inclut le bloc des éléments de transition)

Q34. Sodium famille des **alcalins**, chlore famille des **halogènes**. Le **fluor** et le **brome** sont aussi des halogènes.

Q35. La conductivité électrique d'une solution dépend de :

- la **concentration** des ions ;
- la **nature des ions** *via* leur charge et leur aptitude à se déplacer dans la solution (conductivité ionique molaire) ;
- la **température** (conductivité ionique molaire).

L'**électrode A** est l'électrode permettant de réaliser une **mesure de conductivité**, on identifie deux plaques en vis à vis, la mesure de la conductance repose sur la mesure du courant lorsqu'on impose une tension aux bornes des plaques.

L'**électrode B** est une électrode de verre utilisée habituellement pour la *mesure du pH*.

Q36. Sur la figure 17, on identifie qu'une conductance de $780 \mu\text{S}$ est associée à une concentration $c = 6,0 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$, c'est à dire en tenant compte du facteur de dilution de 1000 :

$$s = 6,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

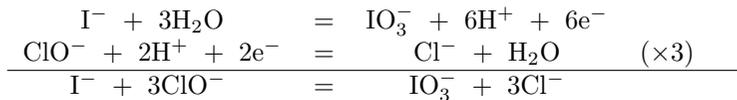
Pour obtenir une concentration massique, on utilise la masse molaire du chlorure de sodium (nombres de masse fournis à la question 33) :

$$s_m = 6,0 \times (23,1 + 35,5) \Rightarrow s_m = 3,5 \times 10^2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

Q37. En attribuant +I à l'hydrogène et -II à l'oxygène, on obtient les nombres d'oxydation du chlore dans les différentes entités. Les domaines associés à des potentiels plus élevés correspondent à des nombres d'oxydation plus grands, HClO est bien sûr la forme acide du couple HClO/ClO⁻ et occupe le domaine le plus acide entre A et D, en conséquence :

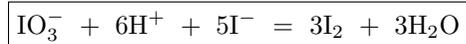
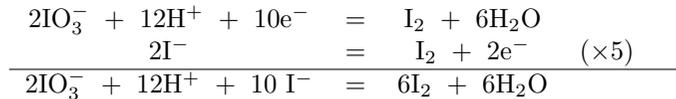
| entité | Cl ⁻ | Cl ₂ | HClO | ClO ⁻ |
|----------------|-----------------|-----------------|------|------------------|
| n.o. du chlore | -I | 0 | I | I |
| domaine | C | B | A | D |

Q38. L'ion hypochloreux ClO⁻ n'a pas de domaine commun avec l'ion iodure ; on observe donc la réduction des ClO⁻ en ions Cl⁻ et l'oxydation des ions iodure I⁻ en ions IO₃⁻.



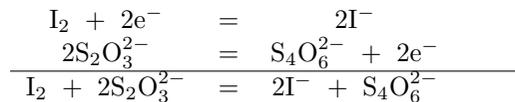
La totalité des ions hypochloreux doivent réagir, leur concentration précise étant inconnue, les ions iodure doivent être versés en excès, d'autant plus qu'ils réagissent à nouveau dans l'étape suivante.

Q39. En milieu acide IO_3^- et I^- ont des domaines de prédominance disjoints (cf. diagramme E-pH), on observe une réaction de **médiamutation** conduisant à la formation de diiode I_2 .



Q40. Si on acidifie la solution d'eau de Javel, on observe une réaction de médiamutation entre Cl^- et ClO^- conduisant à la **formation de dichlore gazeux**. En plus du risque de toxicité, les entités contenant l'élément chlore quittent la solution et ne peuvent plus être dosées.

Q41. Le diiode I_2 réagit avec les ions thiosulfate :



Q42. Lors du dosage, la quantité de matière d'ions thiosulfate versée à l'équivalence est égale au double du nombre de moles de diiode présent au départ :

$$C_1 V_{eq} = n_{\text{S}_2\text{O}_3^{2-}, eq} = 2n_{\text{I}_2}$$

Lors de réaction de médiamutation, la quantité de diiode formée est égale à 3 fois la quantité de IO_3^- présente au début de la réaction :

$$n_{\text{I}_2} = 3n_{\text{IO}_3^-}$$

Enfin lors de la première réaction, il y a une entité IO_3^- formée pour 3 entités ClO_3^- consommées :

$$n_{\text{IO}_3^-} = \frac{n_{\text{ClO}_3^-}}{3}$$

La combinaison des différentes relations conduit à (en tenant compte du facteur de dilution de l'étape 1) :

$$C_1 V_{eq} = 2n_{\text{ClO}_3^-} = 2 \times \frac{C_0 V_{int}}{100} \Rightarrow \boxed{C_0 = \frac{50C_1 V_{eq}}{V_{int}}}$$