Feuille d'exercices posés aux oraux 2023 aux élèves de PSI* de La-Fayette

1 ccINP

Planche 1. ccINP *Nolan Thomas*

Exercice 1

On pose $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $f_n(x) = \frac{1}{ch^n(x)}$
1) Montrer que les fonctions f_n *sont intégrables sur* $[0, +\infty[$
On pose $I_n = \int\limits_0^{+\infty} \frac{1}{ch^n(x)} dx$
2) Montrer que la suite $(I_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ *est convergente et déterminer sa limite.*
3) Déterminer la nature de $\sum (-1)^n I_n$
Déterminer la nature de $\sum I_n$
4) Déterminer le rayon de convergence de $\sum I_n x^n$

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. *On pose* $u_n = tr(A^n)$
1) En utilisant un polynôme annulateur de A de degré 3, donner une relation linéaire entre u_{n+2}, u_{n+1} *et* u_n.
En déduire une expression de u_n *en fonction de n.*
2) Montrer que A est diagonalisable dans $M_3(\mathbb{C})$
Trouver une relation entre les valeurs propres de A et u_n.
3) Nature de $\sum u_n$

Planche 2. ccINP *Titouan Séguy*

Exercice 1

Soit $\alpha \in]0,1[$ *et* $\beta > 0$.
Soit X *et* Y *deux variables aléatoires à valeurs dans* $\mathbb{N}$ *telles que :*

$$\forall (i,j) \in \mathbb{N}\ ,\ \mathbb{P}(X=i, \cap Y=j) = \begin{cases} 0 & si\ i<j \\ \frac{e^{-\beta}\beta^i\alpha^j(1-\alpha)^{i-j}}{j!(i-j)!} & si\ i \geq j \end{cases}$$

1. Donner la loi de X.
2. Donner la loi de Y.
3. X *et* Y *sont-elles indépendantes ?*
4. On pose $Z = X - Y$. *Donner la loi de* Z.
5. Donner la probabilité de $Y = j$ *sachant* $Z = k$. ***(???)***
6. Conclure ... ***(???)***

Exercice 2

Soit $n \geq 2$ *et* $E = \mathbb{R}_n[X]$. *On pose, pour* $P = \sum_{k=0}^{n} a_k X^k$ *et* $Q = \sum_{k=0}^{n} b_k X^k$: $<P,Q>= \sum_{k=0}^{n} a_k b_k$
On pose $H = \{P \in E\ ,\ P(1) = 0\}$

a) Montrer que $<,>$ ***est un produit scalaire.***
b) Déterminer la projection orthogonale de $R = 1$ *sur* H.

Planche 3. ccINP *Emilien Carvhalo*

Exercice 1

Soit une suite de variable aléatoire ***indépendantes*** $(X_k)_{k\in\mathbb{N}^*}$. *On pose* $\forall n \in \mathbb{N}^*\ ,\ S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$.
On suppose que chaque X_k *suit une loi de Bernoulli de paramètre* $p_k \in]0,1[$.
On pose : $\forall n \in \mathbb{N}^*\ ,\ P_n = \frac{p_1+p_2+\cdots+p_n}{n}$.
a) Donner l'espérance et la variance de $\frac{S_n}{n}$.
b) Montrer que : $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbb{V}(\frac{S_n}{n}) = 0$
Soit $\varepsilon > 0$.
c) Montrer que : $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbb{P}(\left|\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n} - P_n\right| \geq \frac{\varepsilon}{2}) = 0$
On suppose que : $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n = p$.
d) Montrer que : $\lim\limits_{n\to+\infty} \mathbb{P}(\left|\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{n} - p\right| \geq \varepsilon) = 0$

Exercice 2

Soit $n \geq 2$ et A la matrice de $M_n(\mathbb{R})$ suivante : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \dots & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \ddots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Montrer que A est diagonalisable **dans** *$M_n(\mathbb{C})$ et donner ses valeurs propres.*

b) Quel est la dimension de l'espace vectoriel engendrée par la famille $(A^k)_{k\in\mathbb{N}}$.

c) Calculer le déterminant de A.

d) On pose $B_n = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} A^k}{n}$. Déterminer $\lim_{n\to+\infty} B_n$

Planche 4. ccINP *Mathieu Testeil*

Exercice 1

Soit a un réel strictement positif.

1) Montrer que : $\int_0^1 \frac{1}{1+t^a} dt$ est convergente.

2) Montrer l'existence et calculer $\int_0^1 t^{na} dt$ pour $n \in \mathbb{N}$

3) On donne l'égalité $\int_0^1 \frac{1}{1+t^a} dt = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{1+na}$

3)a) Peut-on montrer cette égalité à l'aide de la convergence uniforme ?

3)b) Peut-on montrer cette égalité grâce à la majoration du reste ?

3)c) Peut-on montrer cette égalité par le théorème d'intégration terme à terme ?

4) Que donne cette égalité pour $a = 1$?

Exercice 2

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & -5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ et f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ associé.

1) Calculer les valeurs propres de A

2) A est-elle diagonalisable ?

3) Trouver u et v deux vecteurs propres de f, et w un vecteur de $\mathbb{R}^3$ pour que (u, v, w) soit une base.

4) Déterminer la matrice de f relativement à la base du 3).

Planche 5. ccINP *Quentin Meyzonnier*

Exercice 1

On pose $I = \int\limits_0^{+\infty} \frac{sin(t)}{sh(t)} dt$

1) Montrer que : I *est convergente.*

2) Montrer que : $\forall t \in]0, +\infty[\ ,\ \frac{sin(t)}{sh(t)} = 2e^{-t} sin(t) \sum\limits_{n=0}^{+\infty} e^{-2nt}$

3) Montrer que $I = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{2}{(2n+1)^2+1}$

4) On donne : $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$*. Donner un encadrement de* I*.*

Exercice 2

On définit φ *une application de* $\mathbb{R}_3[X]$ *qui à* P *associé le reste de la division euclidienne de* P *par* $X^2 - 1$

1) Montrer que φ *est un endomorphisme de* $\mathbb{R}_3[X]$

2) φ *est-il diagonalisable ? Donner les valeurs propres et les vecteurs propres de* φ

3) On note A *la matrice associée à* φ *relativement à la base canonique.*

Quelle est le déterminant de A *?* A *est-elle inversible ?* φ *est-il un automorphisme ?*

Quelle est le déterminant de $A+I_n$ *?* $A+I_n$ *est-elle inversible ?* $\varphi + Id_{\mathbb{R}_3[x]}$ *est-il un automorphisme ? A quoi ressemble* $(I_n + A)^{-1}$ *?*

Planche 6. ccINP *Maeva Cluzel*

Exercice 1

Soit E *un espace vectoriel de dimension 3 et* B *une base de* E*.*

On considère deux endomorphismes f *et* g *de* E *tels que :* $g \circ g = f$*.*

On suppose de plus que la matrice de f *relativement à* B *est* $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

1) Trouver les valeurs propres de A *et les vecteurs propres.* A *est-elle diagonalisable ?*

2) On note e_1 *un vecteur propre de* f *associé à la valeur propre* 1*, montrer que* $g(e_1)$ *un vecteur propre de* f *associé à la valeur propre* 1*.*

On note e_3 *un vecteur propre de* f *associé à la valeur propre* 3*, montrer que* $g(e_3)$ *un vecteur propre de* f *associé à la valeur propre* 3*.*

3) g *est-il diagonalisable ?*

Exercice 2

On pose pour tout réel x : $f(x) = \int\limits_0^{+\infty} \frac{te^{-tx}}{e^t-1}dt$

1) *Déterminer le domaine de définition* D *de* f.

2) *Déterminer* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) *Calculer* $f(x-1)-f(x)$

4) *Montrer que* f *est continue sur son domaine.*

5) *????*

Planche 7. ccINP *Lilian Garcenot*

Exercice 1

On pose $\varphi(x) = \int\limits_0^{+\infty} \frac{exp(-x(1+t^2))}{1+t^2}dt$

1) *Montrer que* φ *est définie et continue sur* $[0,+\infty[$

2) *Montrer que* φ *est de classe* C^1 *sur* $]0,+\infty[$

3) *Calculer* $\varphi(0)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} \varphi(x)$

On pose $A = \int\limits_0^{+\infty} e^{-u^2}du$

4) *Montrer que* A *est convergente.*

5) *Exprimer, pour* $x>0$, $\varphi'(x)$ *en fonction de* A *et des fonctions usuelles.*

6) *Calculer* A

Exercice 2

Soit $(X_i)_{i\in\mathbb{N}}$ *une suite de variable aléatoire indépendantes et suivant toute une loi de Bernoulli de paramètre* p. *Soit* $S_n = \sum\limits_{i=1}^{n} X_i$

1) *Déterminer la loi de* S_n.

2) *Calculer* $\sum\limits_{n=k}^{+\infty} \binom{n}{k} x^{n-k}$

Soit N *une variable aléatoire telle que* $N+1$ *suive une loi géométrique de paramètre* p.

On considère une urne contenant une boule rouge et une boule verte indiscernable au toucher.
On effectue N *tirages avec remise et on note* X *le nombre de boules vertes tirées.*

3) *Déterminer la loi de* X.

Planche 8. ccINP *Hangard Eloy*

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite décroissante, positive de limite nulle.
1) Montrer que $\sum(-1)^n u_n$ est convergente.
On cherche à montrer l'égalité : $\int\limits_0^{+\infty} \sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+t^2} dt = \frac{-\pi ln(2)}{2}$
2) Montrer que l'intégrale est convergente.
3) Montrer que : $\int\limits_0^{+\infty} \frac{1}{n^2+t^2} dt = \frac{\pi}{2n}$
4) Etudier la convergence uniforme de : $t \mapsto \sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+t^2}$
5) Montrer l'égalité voulue.

Exercice 2

Soit E et F deux $\mathbb{R}$ espace vectoriel de dimension finie et G un sous espace vectoriel de E.
On pose : $A = \{u \in L(E,F)\ ,\ G \subset ker(u)\}$
1) Montrer que A est un sous espace vectoriel de $L(E,F)$
2) Donner la dimension de A.

Planche 9. ccINP *Morin Nathan*

Exercice 1

1. $\forall n \in \mathbb{N}$, *on pose :*
$$u_n = \sum_{k=n+1}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}}$$
Justifier l'existence de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et démontrer qu'elle converge vers 0.
2. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, *on pose :*
$$v_n = \frac{(-1)^n}{n} u_n$$
Justifier la convergence de la série $\sum v_n$.
3. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, *on pose :*
$$w_n = \frac{(-1)^n}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}}$$
Étudier la convergence de la série $\sum w_n$.
4. $\forall n \in \mathbb{N}^*$, *on pose :*
$$x_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}}$$
Étudier la convergence de la série $\sum x_n$.

Exercice 2

Soient $n \geqslant 2$, et A, B deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

On définit $M \in \mathcal{M}_{2n}(\mathbb{R})$ la matrice par blocs de la façon suivante : $M = \begin{pmatrix} A & A \\ 0_n & A \end{pmatrix}$, où 0_n est la matrice nulle de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

1. *Montrer que $\forall P \in \mathbb{R}[X]$, si A et B sont sont semblables, alors $P(A)$ et $P(B)$ sont semblables.*
2. *Soit $k \in \mathbb{N}$, donner l'expression de M^k.*
3. *En déduire une expression par blocs de la matrice $P(M)$ en fonction de $P(A), P'(A)$ et A.*
4. *Montrer que si M est diagonalisable, alors A est diagonalisable.*
5. *Étudier la réciproque*

6. *Montrer que si M est diagonalisable alors A est nulle.*

---

2 Mines télécom

Planche 10. Mines-Télécom *Quentin Meyzonnier*

Exercice 1

On pose $S(x) = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} ln(n+1)x^n$ et on note R_S le rayon de convergence de cette série entière.
1) Déterminer R_S
On pose $U(x) = \sum\limits_{n=1}^{+\infty} ln(1+\frac{1}{n})x^n$
2) Montrer que : $\forall x \in]-R, R[\ ,\ (1-x)S(x) = U(x)$
3) Montrer que U est continue sur $[-1, 1[$
4) Déterminer les limites de S et en 1 et -1

Exercice 2

Soit E un $\mathbb{R}$ espace vectoriel.
Soit $f \in L(E)$ tel que : $(f - Id_E) \circ (f^2 + Id_E) = 0_{L(E)}$ et $f \neq Id_E$
1) Montrer que $ker(f - Id_E)$ et $ker(f^2 + Id_E)$ sont supplémentaires dans E.
2) Montrer que si E est de dimension 3, alors, il existe une base B dans laquelle la matrice de f est $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Planche 11. Mines-Télécom *Nathan Morin*

Exercice 1

Soit $n \in \mathbb{N}$, on définit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par :

$$\begin{cases} u_0 \in]0;\pi[\\ \forall n \in \mathbb{N}\ ,\ u_{n+1} = \sin(u_n) \end{cases}$$

1. *Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 0.*
2. (a) *Étudier la convergence* **de la suite** $\left(\dfrac{1}{{u_{n+1}}^2} - \dfrac{1}{{u_n}^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$.

   (b) *On admet le théorème de Césaro :*

   si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\ell \in \mathbb{R}$, alors la suite $v_n = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} u_k$ converge également vers ℓ.

   Étudier la série de terme général u_n.
3. *Donner le rayon de convergence de la série entière $\sum u_n z^n$.*

Exercice 2

Soit E un espace euclidien et $B = (e_1, ..., e_n)$ une base de E.
Soit l'application f définie par : $\forall x \in E,\ f(x) = \sum\limits_{i=1}^{n} < x, e_i > e_i$.

1. *Montrer que f est un endomorphisme. Est-il injectif ? surjectif ?*

   On suppose de plus que B est une base orthogonale.

2. *Montrer que f est symétrique. À quelle(s) condition(s) f est-il un projecteur ?*

Planche 12. Télécom *Titouan Séguy*

Exercice 1

Soit A dans $M_n(\mathbb{R})$ admettant $X^3 - 3X - 5$ comme polynôme annulateur.
Montrer que : $det(A) > 0$.

Exercice 2

On pose, pour $n \in \mathbb{N}$: $u_n = \int\limits_0^1 \frac{(1-x)^n}{\sqrt{x}} dx$

a) Montrer que u_n est bien définie.
b) Etudier $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3 Centrale

3.1 Centrale : mathématiques 1

Planche 13. Centrale Math 1 *Nathan Morin*

1. $\forall x \geqslant 0$, *démontrer la convergence de l'intégrale* $F(x) = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{dt}{1+x^2+t^2}$ *et calculer sa valeur.*
2. *Soit* α *un réel positif.*
   (a) $\forall n \geqslant 1$, *on définit* $I_n = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{dt}{1+n^\alpha \pi^\alpha \sin^2(t)}$.

   À l'aide du changement de variable $u = \dfrac{1}{\tan(t)}$, *calculer la valeur de* I_n.

   (b) *Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur* α **pour que** $\sum I_n$ *soit convergente.*

Planche 14. Centrale Math 1 *Titouan Séguy*

On dispose de boules indiscernables au toucher. On départ on a $N \geq 2$ *boules rouges dans l'urne.*
On tire une boule, si elle est rouge on la remplace par une boule verte, sinon on la remet dans l'urne.
On note X_n *la variable aléatoire donnant le nombre de boules rouges après* n *tirage.*

1.a) Montrer que : $P(X_{n+1} = k) = \frac{N-k}{N} P(X_n = k) + \frac{k+1}{N} P(X_n = k+1)$
1.b) Trouver une formule liant $\mathbb{E}(X_n)$ *et* $\mathbb{E}(X_{n+1})$
1.c) Exprimer $\mathbb{E}(X_n)$ *en fonction de* N *et de* n.

3.2 Centrale : mathématiques 2

Planche 15. Centrale Math 2 *Nathan Morin*

Ce sujet est en lien avec l'utilisation de Python sous pyzo, et il est conseillé d'utiliser les lignes de code suivantes : `import numpy as np` *et* `import numpy.linalg as alg`

Soit $(a_0,...,a_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$ *et* $(b_0,...,b_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$*, on définit la matrice* $M(a,b)$ *de la façon suivante :*

$$\forall (i;j) \in [\![0;n]\!]^2,\ (M(a,b))_{i,j} = (a_i + b_j)^n \text{ où } (M(a,b))_{i,j} \text{ est le } ij\text{-ème coefficient de } M(a,b)$$

Les indices varient de 0 *à* n *pour être en accord avec l'indentation de Python.*

1. *Rappeler la définition et l'expression du déterminant de Vandermonde.*
2. (a) *Sous Python, définir une fonction récursive prenant un entier naturel* n *en paramètre et et qui renvoie la valeur de* $n!$ *.*
   (b) *Rédiger une fonction qui prend en paramètres deux entiers naturels* n *et* k *et qui renvoie la valeur du coefficient binomial* $\binom{n}{k}$ *avec une complexité linéaire, on supposera que les opérations d'addition et de multiplication sont à coût constant.*
   (c) *L'élève Némo Isation propose de créer une fonction récursive se basant sur la formule du triangle de Pascal pour répondre à la question précédente. Qu'en pensez-vous ?*
   (d) *Rédiger une fonction Python qui prend un entier naturel* n *en paramètre et qui renvoie la valeur de* α_n *défini par :*
   $$\forall n \in \mathbb{N},\ \alpha_n = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \prod_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$$
3. *On suppose qu'il existe* i_1 *et* i_2 *deux entiers tels que :* $a_{i_1} = a_{i_2}$ *ou* $b_{i_1} = b_{i_2}$*. Prouver que le déterminant de* $M(a,b)$ *est nul.*

   On suppose désormais que les $(a_i)_{i\in[\![0;n]\!]}$ *sont deux à deux distincts, et que les* $(b_j)_{j\in[\![0;n]\!]}$ *sont également deux à deux distincts.*

4. *Soit* $f : P \mapsto (P(a_0), P(a_1), ..., P(a_n))$*. Montrer que* f *est un isomorphisme de* $\mathbb{R}_n[X]$ *dans* $\mathbb{R}^{n+1}$*. Expliciter la matrice de* f *relativement à la base canonique de* $\mathbb{R}_n[X]$ *et à la base canonique de* $\mathbb{R}^{n+1}$*.*
5. *On définit* $\forall i \in [\![0;n]\!], Q_i(X) = (X + b_i)^n$*. Démontrer que* $\mathcal{B} = (Q_0, Q_1, ..., Q_n)$ *est une base de* $\mathbb{R}_n[X]$*. Expliciter la matrice de passage de la base canonique de* $\mathbb{R}_n[X]$ *à la base* $\mathcal{B}$*.*
6. *Démontrer, en utilisant la formule de binôme et en faisant apparaître un produit matriciel que :*
   $$\det(M(a,b)) = \alpha_n \prod_{0\leqslant i<j\leqslant n} (a_j - a_i) \prod_{0\leqslant i<j\leqslant n} (b_j - b_i)$$
   À l'aide de Python, tester pour quelques valeurs de $(a_0,...,a_n)$ *et* $(b_0,...,b_n)$ *la validité de la formule obtenue précédemment.*
7. *? ? ? ? ?*

Planche 16. Centrale Math 2 *Titouan Séguy*

Si A est une partie de $\mathbb{N}$ on définit la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par $a_n = \begin{cases} 1 \text{ si } n \in A \\ 0 \text{ si } n \notin A \end{cases}$.

On pose : $f_(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$.

Si la limite existe dans $\mathbb{R}$ on pose $P(A) = \lim_{x\to 1^-} (1-x) f_A(x)$

On note $\mathscr{A}$ l'ensemble des partie A de $\mathbb{N}$ tel que $P(A)$ existe dans $\mathbb{R}$.

1.) Montrer que le rayon de convergence de f_A est supérieur ou égal à 1.

2.) Etudier la cas $A = \emptyset$ et le cas $A = \mathbb{N}$

3.) Montrer que si $A, B \in \mathscr{A}$ alors : $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

4.) Montrer que si $A \in \mathscr{A}$ alors : $P(A) \in [0, 1]$

5.) Montrer que : $A, B \in \mathscr{A}$ *et* $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \cup B \in \mathscr{A}$

6.) Montrer que : $A \in \mathscr{A} \Rightarrow \overline{A} \in A$

7.) Etudier les cas $A = 2\mathbb{N}$ *et* $A = 3\mathbb{N} + 5$

8.) Si $A = \{n^2\ ,\ n \in \mathbb{N}\}$.

Etudier avec Python f_A, $P(A)$ ...

---

4 Mines-Ponts

Exercice 1 (15 minutes de préparation, 40 minutes de passage)
Exercice 2 (pas de préparation, 15 minutes de passage, l'exercice est donné à la fin du passage du premier)

---

5 ENS

Planche 17. ENS Paris-Sarclay *Nathan Morin*

(30 minutes de préparation, 30 minutes de passage)

Soit n un entier naturel.
On définit : $A_n = \int\limits_0^{+\infty} t^n e^{-t} cos(t)dt$ *et* $B_n = \int\limits_0^{+\infty} t^n e^{-t} sin(t)dt$ *ainsi que* $X_n = \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix}$

1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, A_n et b_n sont bien définies et que :
$\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ |A_n|^2 + |B_n|^2 \leq (2n)!$

2) Déterminer A_0 et B_0

3) Montrer qu'il existe une matrice de rotation $R(\theta_0)$ telle que : $\forall n \in \mathbb{N}\ ,\ (n+1)X_n = \sqrt{2}R(\theta_0)X_{n+1}$
On précisera θ_0

4) En déduire les expressions de A_n et B_n pour tout $n \in \mathbb{N}$

5) Quelles sont les valeurs de n telles que $A_n = B_n$?

6) ? ? ?
