

QUESTIONS DE COURS,
Chapitre 7 : Espaces préhilbertiens réels ; espaces euclidiens

99. Définition d'un produit scalaire, d'un espace préhilbertien, d'un espace euclidien
100. Les produits scalaires usuels : produit scalaire canonique sur \mathbb{R}^n , sur $M_n(\mathbb{R})$ (expression avec la trace), sur $C^0([a; b])$
101. Norme euclidienne. Propriétés.
102. Inégalité de Cauchy-Schwarz, cas d'égalité.
103. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.
104. Identité du parallélogramme et identités de polarisation.
105. Vecteurs unitaires, vecteurs orthogonaux. Famille orthogonale, orthonormale.
106. Théorème sur la liberté d'une famille orthogonale de vecteurs non nuls.
107. Théorème de Pythagore.
108. Orthogonal d'une partie. Propriétés.
109. Algorithme d'orthonormalisation de Schmidt.
110. Existence de bases orthonormées pour des sous-espaces vectoriels de dimensions finies.
111. Calcul du produit scalaire dans une base orthonormée d'un espace euclidien.
112. Théorème de projection orthogonale.
113. Représentation d'une forme linéaire à l'aide du produit scalaire.
114. Caractérisation d'un hyperplan par un vecteur normal.
115. Projection sur une droite et distance à un hyperplan.