DM n° 1 — Solution Électronique

Revoyons le programme de première année : électronique

1 — Signaux électriques dans l'ARQS

1. La longueur d'onde correspondant à une fréquence $f = 1$ MHz est $\lambda = \dfrac{c}{f} = \dfrac{3\times10^8}{10^6} = 300$ m.
Un circuit peut s'étudier dans le cadre de l'ARQS si sa dimension L est très petite devant λ, ce qui est bien le cas ici.

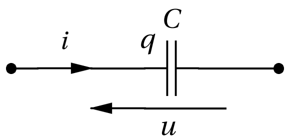
2. Loi des nœuds : Pour un nœud donné, la somme des intensités des courants qui y arrivent est égale à la somme des intensités des courants qui en repartent.

Cette loi traduit le fait que la charge électrique, qui est une grandeur conservative, ne s'accumule pas à un nœud du circuit.

3. On donne une résistance R et une inductance L.

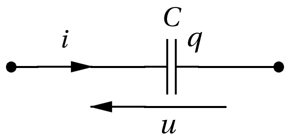
grandeur	unité	signification
RI^2	W	puissance dissipée dans la R
$\frac{1}{2}LI^2$	J	énergie emmagasinée dans L

4. Cas n° 1 :



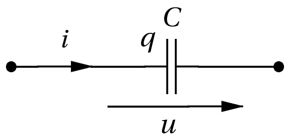
On a $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = Cu$ d'où $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

Cas n° 2 :



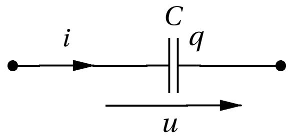
On a $i = -\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = -Cu$ d'où $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

Cas n° 3 :



On a $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = -Cu$ d'où $i = -C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

Cas n° 4 :

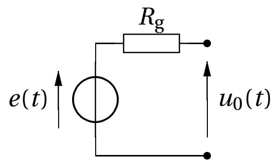


On a $i = -\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ et $q = Cu$ d'où $i = -C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

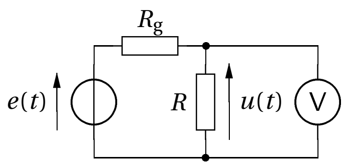
5. Résistance équivalente : $R_{\text{éq}} = \dfrac{R^2}{R+R} + R$ soit

$$\boxed{R_{\text{eq}} = \frac{3R}{2}}\,.$$

6.a) Représentation de Thévenin du GBF :



6.b) Branchement de la résistance aux bornes du GBF, puis du voltmètre aux bornes de la résistance :



La tension à vide est $u_0(t) = e(t) = E\cos(\omega t)$, d'amplitude $U_0 = E$.
La structure en pont diviseur de tension qui apparaît avec la résistance R permet d'écrire

$$u(t) = \frac{R}{R+R_g}e(t) = \frac{RE}{R+R_g}\cos(\omega t)\,.$$

L'amplitude de la tension mesurée est donc

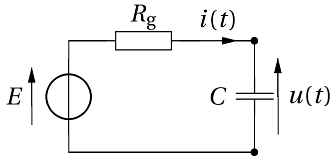
$$U = \frac{R}{R+R_g}U_0\,.$$

avec $U_0 = 10$ V et $U = 5$ V, on en déduit $R_g = R$, soit

$$\boxed{R_g = 50\ \Omega}\,.$$

2 — Circuit linéaire du premier ordre

7. Schéma du circuit en appliquant un échelon de tension E :



La loi des mailles donne

$$E = u(t) + R_g i(t)$$

avec

$$i(t) = C\frac{du}{dt},$$

d'où l'équation différentielle

$$E = u(t) + \tau\frac{du}{dt} \quad \text{avec} \quad \tau = R_g C.$$

La solution générale est de la forme

$$u(t) = A e^{-t/\tau} + E.$$

La valeur de la tension en régime permanent est $u_p = E$ (pour $t \to \infty$).
L'instant t_1 tel que $u(t_1) = 0{,}1 u_p$ vérifie donc

$$1 - e^{-t_1/\tau} = 0{,}1,$$

d'où

$$t_1 = -\tau \ln 0{,}9.$$

L'instant t_2 tel que $u(t_2) = 0{,}9 u_p$ vérifie donc

$$1 - e^{-t_2/\tau} = 0{,}9,$$

d'où

$$t_2 = -\tau \ln 0{,}1.$$

Le temps de montée vaut donc

$$T_r = t_2 - t_1 = \tau(\ln 0{,}9 - \ln 0{,}1) = \tau \ln 9$$

soit

$$\boxed{T_r = 2{,}20 R_g C}.$$

8. On obtient

$$R_g = \frac{T_r}{2{,}20C} = \frac{108\times10^{-6}}{2{,}20\times1{,}00\times10^{-6}}$$

soit $\boxed{R_g = 49\ \Omega}$.
Cette valeur est cohérente avec la valeur précédemment trouvée, compte tenu du manque de précision sur la lecture de t_1 et t_2 à l'oscilloscope.

9. Étude énergétique de la charge d'un condensateur

9.a) On a déterminé précédemment

$$\boxed{u(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)} \quad \text{avec} \quad \boxed{\tau = RC}.$$

9.b) L'énergie emmagasinée dans le circuit à l'instant t est donnée par

$$\mathcal{E}(t) = \frac{1}{2}Cu^2(t),$$

soit

$$\boxed{\mathcal{E}(t) = \frac{CE^2}{2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)^2}.$$

En régime établi, pour $t \to \infty$, elle vaut

$$\boxed{\mathcal{E}_\infty = \frac{CE^2}{2}}.$$

9.c) La puissance fournie par le générateur à l'instant t vaut

$$P_g(t) = Ei(t)$$

avec

$$i(t) = C\frac{du}{dt} = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}.$$

L'énergie fournie par le générateur au circuit jusqu'à l'instant t est donnée par

$$\mathcal{E}_g(t) = \int_0^t P_g(t')dt' = \frac{E^2}{R}\int_0^t e^{-t'/\tau}\,dt' = \frac{E^2}{R}\tau\left[-e^{-t'/\tau}\right]_0^t$$

soit

$$\boxed{\mathcal{E}_g(t) = CE^2\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}.$$

On gagnera à remarque que $i(t) = C\frac{du}{dt}$, d'où

$$P_g(t) = EC\frac{du}{dt}.$$

On a alors simplement

$$\mathcal{E}_g(t) = \int_0^t P_g(t')\,dt' = \int_{u(0)}^{u(t)} EC\,du = EC[u(t) - u(0)]$$

d'où l'expression obtenue.
En régime établi ($t \to \infty$), elle vaut

$$\boxed{\mathcal{E}_{g,\infty} = CE^2}.$$

9.d) Le rendement énergétique de la charge du condensateur peut se définir par

$$\eta = \frac{\text{énergie reçue par le condensateur}}{\text{énergie fournie par le générateur}} = \frac{\mathcal{E}_\infty}{\mathcal{E}_{g,\infty}}.$$

On obtient $\boxed{\eta = 0{,}5}$.
La moitié de l'énergie fournie par le générateur est reçue par le condensateur.
L'autre moitié est dissipée par effet Joule dans la résistance. Il est remarquable que ce résultat ne dépende pas de la valeur de R.
L'énergie dissipée dans la résistance jusqu'à l'instant t vaut

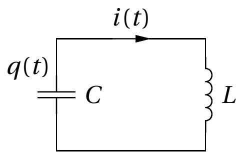
$$\mathcal{E}_R = \int_0 ptRi^2(t')\,dt' = \frac{E^2}{R}\int_0^t e^{-2t'/\tau}\,dt' = \frac{\tau E^2}{2R}\left(1 - e^{-2t/\tau}\right).$$

Jusqu'au régime établi, elle vaut bien

$$\mathcal{E}_{R,\infty} = \frac{E^2}{2R}RC = \frac{CE^2}{2}.$$

3 — Oscillateurs libres et forcés

Pour $t > 0$, on a



10. La loi des mailles s'écrit

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} - \frac{q(t)}{C} = 0 \quad \text{avec} \quad i(t) = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t},$$

d'où

$$-L\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} - \frac{q(t)}{C} = 0,$$

soit

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{LC}q(t) = 0}.$$

Il s'agit de l'équation de l'**oscillateur harmonique**, que l'on peut écrire sous la forme canonique

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 q(t) = 0} \quad \text{avec} \quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}.$$

11. La solution générale est

$$q(t) = A\cos(\omega_0 t) + B\sin(\omega_0 t).$$

Par continuité de la charge portée par le condensateur, on a

$$q(0) = A = q_0.$$

L'intensité dans le circuit

$$i(t) = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = A\omega_0 \sin(\omega_0 t) + B\omega_0 \cos(\omega_0 t).$$

Sa continuité, imposée par la bobine, donne

$$i(0) = B\omega_0 = 0$$

d'où $B = 0$. Finalement on obtient

$$\boxed{q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t)}.$$

12.a) La tension aux bornes du condensateur étant continue, on a $u_C(0) = 0$.

L'intensité dans la bobine étant continue, on a $i(0) = 0$, d'où $u_R(0) = Ri(0) = 0$.

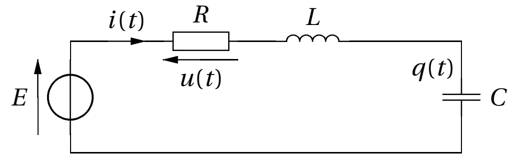
La loi des mailles $E = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$ conduit en $t = 0$ à $E = u_L(0)$.

La tentions $u(t)$ étant nulle en $t = 0$, il peut s'agir de la tension aux bornes du condensateur ou de la résistance, mais pas celle aux bornes de la bobine.

En régime établi ($t \to \infty$), le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert, d'où $i = 0$, et la bobine à un fil d'où $u_L(\infty) = 0$. On a alors $u_R(\infty) = 0$.

La tension $u(t)$ est donc la tension aux bornes de la résistance.

12.b) Schéma :



Loi des mailles :

$$E = u(t) + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{q(t)}{C}.$$

On a $i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{u}{R}$. Dérivons la loi des mailles :

$$0 = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + L\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{C}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t},$$

d'où

$$0 = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{u(t)}{RC},$$

soit

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u(t) = 0}.$$

Forme canonique :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u(t) = 0}$$

avec

$$\boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \quad \text{et} \quad \boxed{Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}.$$

12.c) L'équation caractéristique associée à l'équation différentielle est

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q}r + \omega_0^2 = 0.$$

Le régime est pseudo-périodique si cette équation admet deux racines complexes conjuguées, soit si

$$\Delta = \frac{\omega_0^2}{Q^2} - 4\omega_0^2 < 0,$$

c'est-à-dire pour

$$\boxed{Q > \frac{1}{2}}.$$

L'équation caractéristique admet alors les deux racines

$$r = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \mathrm{i}\Omega \quad \text{avec} \quad \boxed{\Omega = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}.$$

La solution générale de l'équation différentielle peut s'écrire

$$\boxed{u(t) = A\exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right)\cos(\Omega t - \varphi)}$$

où A et φ sont deux constantes déterminées par les conditions initiales.

➤ La grandeur Ω est appelée pseudo-pulsation. Elle diffère de la pulsation propre ω_0, mais en est très proche si le facteur de qualité est élevé ($Q \gg 1$).

12.d) La pseudo-période des oscillations est

$$T = \frac{2\pi}{\Omega}.$$

On a

$$\begin{aligned} u(t+T) &= A\exp\left(-\frac{\omega_0(t+T)}{2Q}\right)\cos[\Omega(t+T)+\varphi] \\ &= A\exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right)\exp\left(-\frac{\omega_0 T}{2Q}\right)\cos[\Omega t+\varphi] \\ &= u(t)\exp\left(-\frac{\omega_0 T}{2Q}\right). \end{aligned}$$

compte tenu de la période T du terme sinusoïdal.

On a donc

$$\frac{u(t)}{u(t+T)} = \exp\left(\frac{\omega_0 T}{2Q}\right)$$

d'où

$$\delta = \frac{\omega_0 T}{2Q} = \frac{\omega_0 \pi}{Q\Omega} = \frac{\omega_0\pi}{Q\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}}.$$

On a donc

$$\boxed{\delta = \frac{\pi}{\sqrt{Q^2-1/4}}}.$$

12.e) On peut écrire

$$\begin{aligned} u(t+nT) &= A\exp\left(-\frac{\omega_0(t+nT)}{2Q}\right)\cos[\Omega(t+nT)+\varphi] \\ &= A\exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right)\exp\left(-\frac{\omega_0 nT}{2Q}\right)\cos[\Omega t+\varphi] \\ &= u(t)\exp\left(-\frac{\omega_0 nT}{2Q}\right), \end{aligned}$$

d'où

$$\frac{u(t)}{u(t+nT)} = \exp\left(\frac{\omega_0 nT}{2Q}\right) = \left(\exp\left(\frac{\omega_0 T}{2Q}\right)\right)^n = \left(\frac{u(t)}{u(t+T)}\right)^n.$$

On a donc

$$\ln\left(\frac{u(t)}{u(t+nT)}\right) = n\ln\left(\frac{u(t)}{u(t+T)}\right) = n\delta,$$

d'où

$$\boxed{\delta = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{u(t)}{u(t+nT)}\right)}.$$

Cette expression permet une meilleure détermination de δ d'après le graphe de $u(t)$, et repérant les valeurs d'extrema séparés de n pseudo-périodes : l'amplitude décroissant lentement, l'écart des maxima est plus important en prenant en compte plusieurs pseudo-périodes.

12.f) On repère le 1er maximum : $u_1 = 10$ V. Le 5e maximum vaut $u_5 = 0{,}5$ V.

On en déduit le décrément logarithmique

$$\delta = \frac{1}{5}\ln\left(\frac{10}{0{,}5}\right)$$

soit $\boxed{\delta = 0{,}60}$.

D'après l'expression de δ, on déduit

$$Q = \sqrt{\frac{\pi^2}{\delta^2}+\frac{1}{4}}.$$

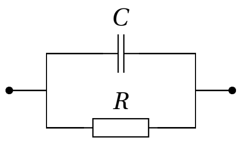
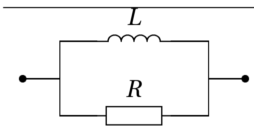
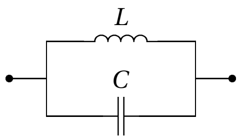
On estime $\boxed{Q = 5{,}3}$.

➤ On a bien $Q > 1/2$.

➤ La valeur de Q donne un ordre de grandeur du nombre de pseudo-oscillations visibles : le résultat obtenu est compatiblve avec le graphe donné.

13. L'impédance équivalent à l'association en parallèle de deux impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$ est $Z_{\text{éq}} = \dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_2}$.

Résultat après simplifications :

	$\underline{Z}_{\text{éq}} = \dfrac{R}{1+\mathrm{j}RC\omega}$
	$\underline{Z}_{\text{éq}} = \dfrac{\mathrm{j}RL\omega}{R+\mathrm{j}L\omega}$
	$\underline{Z}_{\text{éq}} = \dfrac{\mathrm{j}L\omega}{1-LC\omega^2}$

4 — Filtrage linéaire

14. Soit $u(t)$ un signal périodique de période T.

14.a) Valeur moyenne :

$$\boxed{U = \langle u(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,\mathrm{d}t}\,.$$

Valeur efficace :

$$\boxed{U_{\text{eff}} = \sqrt{\langle u^2(t)\rangle} = \frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\,\mathrm{d}t}\,.$$

➤ Les intégrales peuvent être calculées sur n'importe quel intervalle de largeur T ($[t_0, t_0+T]$ avec t_0 quelconque).

14.b) Signal sinusoïdal.
On prend

$$u(t) = E\sin(\omega t) \quad \text{avec} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}\,.$$

Valeur moyenne :

$$\langle u(t)\rangle = \frac{E}{T}\int_0^T \sin(\omega t)\,\mathrm{d}t = -\frac{E}{\omega T}\cos(\omega t)\Big|_0^T = 0\,.$$

➤ Résultat à connaître : $\boxed{\langle \sin\rangle = \langle\cos\rangle = 0}$.
Valeur efficace :

$$U_{\text{eff}}^2 = \frac{E^2}{T}\int_0^T \sin^2(\omega t)\,\mathrm{d}t = \frac{E^2}{2T}\int_0^T [1-\cos(2\omega t)]\,\mathrm{d}t = \frac{E^2}{2}\,.$$

Résultat à connaître pour un signal sinusoïdal :

$$\boxed{U_{\text{eff}} = \frac{E}{\sqrt{2}}}\,.$$

Signal sinusoïdal redressé (double alternance).
Valeur moyenne :

$$\langle u(t)\rangle = \frac{E}{T}\int_0^T \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)\mathrm{d}t = -\frac{E}{\pi}\cos\left(\frac{\pi t}{T}\right)\Big|_0^T = -\frac{E}{\pi}[\cos\pi - 1] = \frac{2E}{\pi}\,.$$

On a

$$\boxed{\langle u(t)\rangle = \frac{2}{\pi}E \approx 0{,}637E}\,.$$

➤ C'est le but du redressement : obtenir une valeur moyenne non nulle partant d'une sinusoïde de valeur moyenne nulle.

Valeur efficace :

$$U_{\text{eff}}^2 = \frac{E^2}{T}\int_0^2 \sin^2\left(\frac{\pi t}{T}\right)\mathrm{d}t = \frac{E^2}{T}\int_0^T \frac{1-\cos(2\pi t/T)}{2}\,\mathrm{d}t = \frac{E^2}{2T}T = \frac{E^2}{2}$$

d'où

$$\boxed{U_{\text{eff}} = \frac{E}{\sqrt{2}}}\,.$$

Signal carré.
Valeur moyenne :

$$\langle u(t)\rangle = \frac{1}{T}\left(\int_0^{T/2} E\,\mathrm{d}t + \int_{T/2}^T -E\,\mathrm{d}t\right) = \frac{E}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)$$

soit

$$\boxed{\langle u(t)\rangle = 0}\,.$$

Valeur efficace :

$$U_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{2}\int_0^T E^2\,\mathrm{d}t = \frac{E^2 T}{T}$$

soit

$$\boxed{U_{\text{eff}} = E}\,.$$

15.a) On se place en régime harmonique, et on utilise la notation complexe. L'amplitude complexe de la tension $u(t)$ est donnée par la structure en pont diviseur de tension :

$$\underline{U} = \frac{\frac{\mathrm{j}}{C\omega}}{R+\frac{\mathrm{j}}{C\omega}}E = \frac{E}{1+\mathrm{j}RC\omega}\,.$$

Le plus simple est de raisonner sur les modules des tensions (amplitude réelle) :

$$U = \frac{E}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} < E\,.$$

C'est donc la courbe bleue, de plus faible amplitude, qui représente la tension aux bornes du condensateur.

Courbe rouge : tension $e(t)$
Courbe bleue : tension $u(t)$

➤ On aurait pu raisonner sur le déphasage entre les courbes. Le déphasage φ de $u(t)$ par rapport à $e(t)$ vérifie

$$\tan\varphi = -RC\omega < 0\,.$$

Comme $\cos\varphi > 0$, on a $-\pi/2 < \varphi < 0$: la tension $u(t)$ est en retard de phase par rapport à $e(t)$; elle correspond donc à la courbe rouge.

15.b) On lit directement $\boxed{E = 3\text{ V}}$.
On lit la période

$$T = 5\times 0{,}2\times 10^{-3} = 10^{-3}\text{ s} = \frac{1}{f}$$

d'où la fréquence $\boxed{f = 1\text{ kHz}}$.
On peut déterminer C par les amplitudes. On lit $U = 1{,}85$ V.

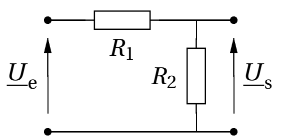
De
$$U = \frac{E}{\sqrt{1+4\pi^2 f^2 R^2 C^2}}$$
on déduit
$$C = \frac{1}{2\pi R f}\sqrt{\frac{E^2}{U^2}-1}\,.$$
On en déduit $\boxed{C = 200\ \text{nF}}$.

On aurait pu utiliser le déphasage. On lit le décalage temporel $\Delta T = -0{,}14$ ms*, d'où*
$$\varphi = -\frac{0{,}14}{1{,}0}\times 360 = -50{,}40\,°.$$
On en déduit
$$C = -\frac{\tan\varphi}{2\pi f R}$$
d'où $C = 190$ nF*. On trouve un résultat comparable, compte tenu des imprécisions de lecture.*

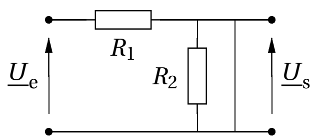
16. Oral CCINP PSI 2022

16.a) On a une structure pont diviseur de tension, avec une résistance R_1 et une admittance
$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{R_2} + \mathrm{j}C\omega\,.$$
On a donc
$$\underline{U}_\mathrm{s} = \frac{\underline{Z}_2}{R_1+\underline{Z}_2}\underline{U}_\mathrm{e} = \frac{1}{1+\underline{Y}_2 R_1}\underline{U}_\mathrm{e} = \frac{1}{1+\frac{R_1}{R_2}+\mathrm{j}R_1C\omega}\underline{U}_\mathrm{e}$$
$$= \frac{\frac{R_2}{R_1+R_2}}{1+\mathrm{j}\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C\omega}\underline{U}_\mathrm{e} = \frac{H_0}{1+\mathrm{j}\omega\tau}\underline{U}_\mathrm{e}$$
d'où en identifiant
$$\boxed{H_0 = \frac{R_2}{R_1+R_2}} \quad \text{et} \quad \boxed{\tau = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}C}\,.$$

16.b) Équivalent du circuit à très basse fréquence :



On a alors
$$\underline{U}_\mathrm{s} = \frac{R_2}{R_1+R_2}\underline{U}_\mathrm{e}\,.$$
Équivalent du circuit à très haute fréquence :



On a alors $\underline{U}_\mathrm{s} = 0$.

Le circuit coupe les hautes fréquences, et atténue les basses fréquences.

16.c) La pulsation de coupure ω_c est définie par
$$G(\omega_\mathrm{c}) = \frac{G_\mathrm{max}}{\sqrt{2}}\,,$$
où G_max est la valeur maximale du gain $G(\omega) = \left|\underline{H}(\mathrm{j}\omega)\right|$. Comme $G_\mathrm{max} = H_0$ (pour $\omega = 0$), on a
$$G(\omega_\mathrm{c}) = \frac{H_0}{\sqrt{1+\omega_\mathrm{c}^2\tau^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}}$$
d'où $\omega_\mathrm{c}\tau = 1$. On en déduit
$$\boxed{\omega_\mathrm{c} = \frac{1}{\tau} = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2C}}\,.$$

16.d) On lit $G_\mathrm{dB} = -6$ dB $= 20\log H_0$ aux basses fréquences , d'où $\boxed{H_0 = 0{,}50}$.

On peut déterminer la fréquence de coupure à −3 dB : on lit
$$G_\mathrm{dB} = G_\mathrm{dB,max} - 3 = -9\ \text{dB}$$
pour $f_\mathrm{c} = 1\times 10^4\ \text{Hz} = \frac{\omega_\mathrm{c}}{2\pi}$, d'où
$$\boxed{\omega_\mathrm{c} = 6{,}3\times 10^4\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}\,.$$

➤ On peut aussi lire un point particulier, par exemple $G_\mathrm{dB} = -40$ dB pour $f = 5\times 10^5$ Hz.
En résolvant $-40 = 20\log\frac{0{,}5}{\sqrt{1+\frac{(5\times 10^5)^2}{f_\mathrm{c}^2}}}$, on trouve $f_\mathrm{c} = 1\times 10^4$ Hz.

16.e) Avec $H_0 = 0{,}5$, on obtient $R_2 = R_1$, soit $\boxed{R_2 = 680\ \Omega}$.

On a
$$C = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2\omega_\mathrm{c}}\,,$$
d'où $\boxed{C = 47\ \text{nF}}$.

16.f) Pour un signal continu ($\omega = 0$), on a $\underline{H} = H_0 = 0{,}5$. Le signal de sortie est donc un signal continu, d'amplitude 3 V.

Pour $f = 10$ kHz, le gain vaut $G = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \approx 0{,}35$. Le signal de sortie est donc une sinusoïde, d'amplitude 2,1 V. On est à $f = f_\mathrm{c}$; le déphasage de la sortie par rapport à l'entrée est tel que $\tan\varphi = -1$, soit $\varphi = -45°$. Cette sinusoïde présente donc un déphasage de −45° avec l'entrée.

Une période $T = 10$ µs correspond à une fréquence $f = 10^5$ Hz; dans ce domaine de fréquence, la courbe de gain est rectiligne avec une pente de −20 dB/décade. Le filtre présente alors un caractère **intégrateur**. Un signal d'entrée carré donne donc un **signal de sortie triangulaire**.