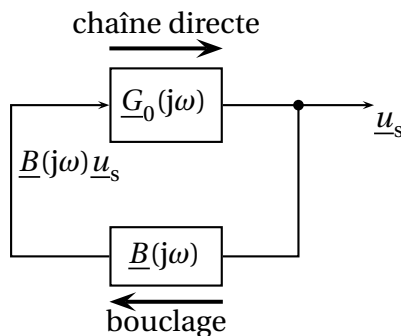


Électronique

L'oscillateur à pont de Wien

1 — Principe d'un oscillateur à rétroaction

Un oscillateur à rétroaction a pour schéma fonctionnel :



Il est constitué de deux éléments :

- une *chaîne directe*, qui est un amplificateur linéaire de gain $\underline{G}(j\omega)$;
- une *chaîne de retour*, assurant la rétroaction, qui a une fonction de transfert $\underline{B}(j\omega)$.

Dans un fonctionnement en oscillateur, on obtient un signal de sortie en l'absence de signal d'entrée :

La tension de sortie $\underline{u}_s$ est prélevée à la sortie de la chaîne directe, et envoyée à l'entrée de la chaîne de retour. La sortie $\underline{B}(j\omega)$ de la chaîne de retour est envoyée à l'entrée de la chaîne directe, dont la sortie est alors $\underline{G}(j\omega)\underline{B}(j\omega)$, d'où

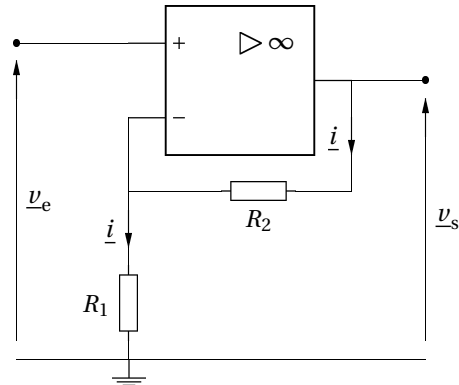
$$[1 + \underline{G}(j\omega)\underline{B}(j\omega)] \underline{u}_s = 0.$$

Le système fonctionne en oscillateur si $\underline{u}_s \neq 0$, ce qui n'est possible que si $1 + \underline{G}(j\omega)\underline{B}(j\omega) = 0$.

2 — L'oscillateur à pont de Wien

2.1 Chaîne directe : l'étage amplificateur

Cet étage est construit à partir d'un ALI fonctionnant en régime linéaire.



Les courants étant nuls dans les entrées inverseuses et non inverseuses, la même intensité $\underline{i}$ traverse les deux résistances. L'ALI fonctionnant en régime linéaire, on a $v_+ = v_-$.

On a donc $\underline{v}_e = R_1 \underline{i}$ et $\underline{v}_s = (R_1 + R_2) \underline{i}$, d'où

$$\frac{\underline{v}_s(t)}{\underline{v}_e(t)} = G_0 \quad \text{avec} \quad G_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

- On a $G_1 > 1$: ce montage réalise une **amplification**.

Les relations précédentes sont valables tant que l'ALI fonctionne en régime linéaire, c'est-à-dire tant que $|\underline{v}_s| < V_{\text{sat}}$. Il faut donc

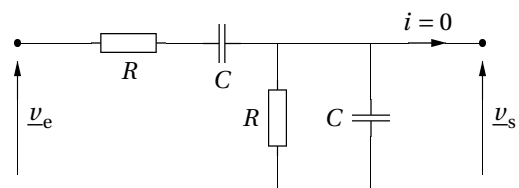
$$-V_{\text{sat}} < \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) |\underline{v}_e| < V_{\text{sat}}$$

d'où

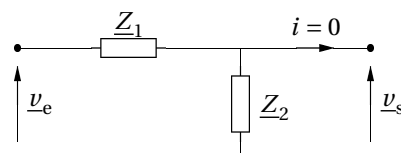
$$-\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}} < |\underline{v}_e| < \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{\text{sat}}.$$

2.2 Chaîne de retour : le filtre de Wien

Le filtre de Wien a pour structure



Le filtre se ramène à



avec

$$\underline{Z}_1 = R + \frac{1}{jC\omega} = \frac{1 + jRC\omega}{jC\omega} \quad \text{et} \quad \underline{Z}_2 = \frac{R}{1 + jRC\omega}.$$

La fonction de transfert s'écrit donc

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

avec

$$H_0 = \frac{1}{3}; \quad Q = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}.$$

Le facteur de qualité de ce filtre est $Q = 1/3$, valeur faible : **ce filtre n'est pas très sélectif**.

On peut établir l'équation différentielle reliant les tensions d'entrée et de sortie à partir de la fonction de transfert de ce filtre :

$$\frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{H_0}{1 + j\frac{Q\omega}{\omega_0} + \frac{Q\omega_0}{j\omega}}$$

soit

$$\left(1 + \frac{Q}{\omega_0}j\omega + \frac{Q\omega_0}{j\omega}\right)\underline{v}_s = H_0\underline{v}_e$$

d'où

$$(j\omega)^2 \underline{v}_s + \frac{\omega_0}{Q}j\omega \underline{v}_s + \omega_0^2 \underline{v}_s = H_0 \frac{\omega_0}{Q}j\omega \underline{v}_e.$$

Comme $H_0 = Q = 1/3$, on a

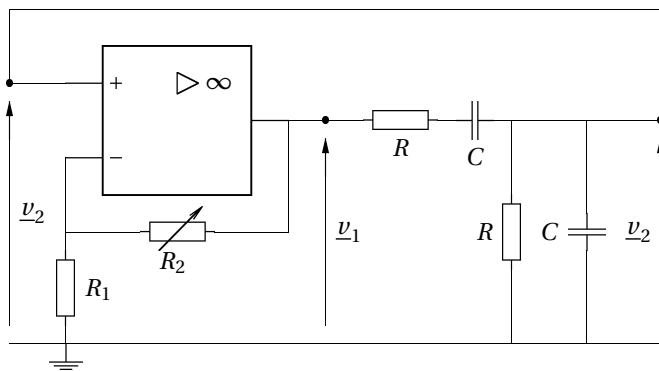
$$(j\omega)^2 \underline{v}_s + 3\omega_0 j\omega \underline{v}_s + \omega_0^2 \underline{v}_s = \omega_0 j\omega \underline{v}_e.$$

L'équation différentielle correspondante est donc

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{dv_s}{dt} + \omega_0^2 v_s = \omega_0 \frac{dv_e}{dt}. \quad (1)$$

2.3 Fonctionnement théorique de l'oscillateur

Le schéma du montage est



1. L'amplitude des oscillations est de l'ordre de l'amplitude initiale.

Le pont de Wien impose entre $v_1(t)$ et $v_2(t)$ la relation

$$\frac{d^2 v_2}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{dv_2}{dt} + \omega_0^2 v_2 = \omega_0 \frac{dv_1}{dt}. \quad (2)$$

En fonctionnement linéaire, l'étage amplificateur impose entre $v_1(t)$ et $v_2(t)$ la relation $v_1(t) = G_0 v_2(t)$.

On en déduit

$$\frac{d^2 v_2}{dt^2} + (3 - G_0)\omega_0 \frac{dv_2}{dt} + \omega_0^2 v_2 = 0. \quad (3)$$

Si l'on fixe $G_0 = 3$, l'équation (3) se ramène à l'équation de l'oscillateur harmonique

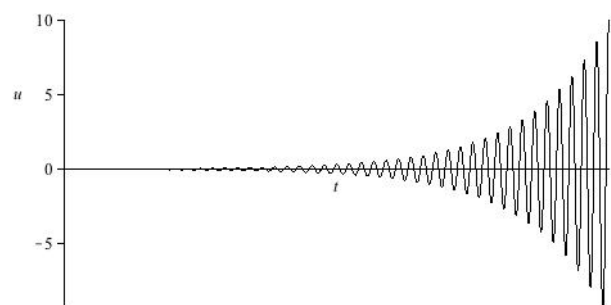
$$\frac{d^2 v_2}{dt^2} + \omega_0^2 v_2(t) = 0. \quad (4)$$

La tension $v_2(t)$ est alors sinusoïdale, à la pulsation ω_0 , son amplitude étant fixée par les conditions initiales.

2.4 Fonctionnement pratique de l'oscillateur

Le cas $G_0 = 3$ ne permet pas en pratique d'observer des oscillations, en raisons des conditions initiales : à $t = 0$, on a $v_s(0) \approx 0$ si les condensateurs sont déchargés. En fait, on aura toujours une tension parasite due à l'alimentation continue de l'ALI, mais son amplitude faible ne permettra pas d'observer des oscillations d'amplitude notable¹. Pour que des oscillations prennent naissance, il faut qu'une faible valeur initiale de v_2 soit **amplifiée**, c'est-à-dire que le coefficient de la dérivée première de l'équation différentielle (3) soit négatif : $3 - G_0 < 0$.

La condition d'accrochage s'écrit donc $G_0 > 3$. Cependant, on observe alors des oscillations dont l'amplitude croît exponentiellement. Par exemple, pour $G = 3,05$, avec les conditions initiales $v_2(0) = 0,01$ et $v_2'(0) = 0$, on obtient



En réalité, le comportement observé est tout autre. L'équation (3) a été établie en supposant un fonctionnement linéaire de l'ALI, ce qui n'est le cas que si $|v_2| < \frac{V_{\text{sat}}}{G_0}$. Quand $|v_2|$ dépasse V_{sat}/G_0 , l'ALI est en régime de fonctionnement saturé. On a alors $v_1(t) = \pm V_{\text{sat}}$ constante, et l'équation (2) s'écrit

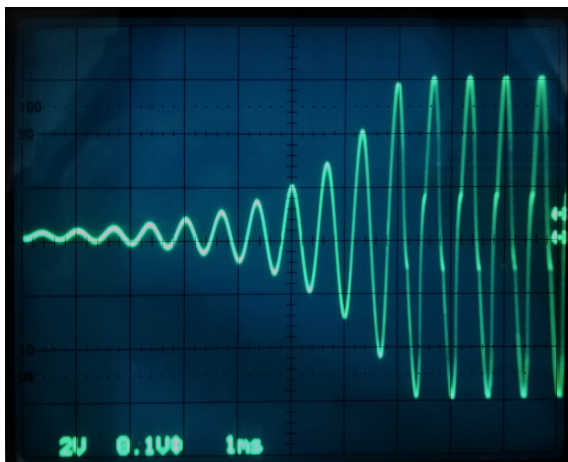
$$\frac{d^2 v_2}{dt^2} + 3\omega_0 \frac{dv_2}{dt} + \omega_0^2 v_2 = 0.$$

Il s'agit de l'équation d'un oscillateur linéaire **amorti**. La propriété générale de la solution est $\lim_{t \rightarrow \infty} v_2(t) = 0$: la tension de sortie décroît en amplitude, jusqu'à ce que l'ALI repasse en régime linéaire.

La tension $v_2(t)$ se remet alors à effectuer des oscillations croissantes, etc.

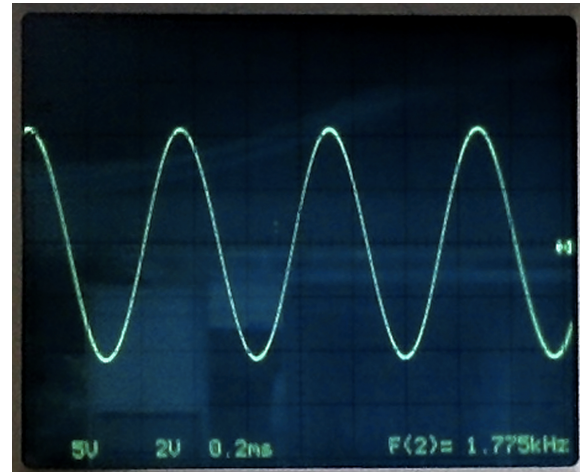
Si la condition d'accrochage est juste vérifiée ($G_0 = 3 + \eta$, avec $\eta \ll 1$), les oscillations seront *quasi-sinusoïdales* : l'ALI fonctionne presque tout le temps en régime linéaire.

On peut visualiser la naissance des oscillations en suivant leur évolution temporelle :

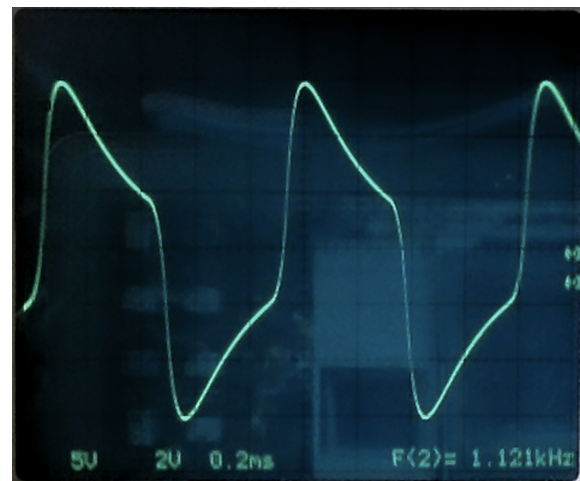


Les oscillations sont ici légèrement différentes d'une sinusoïde : G_0 est sensiblement supérieur à 3.

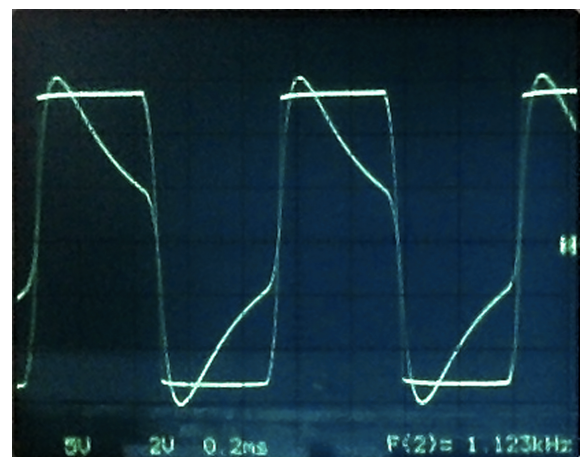
En régime établi, les oscillations sont quasi-sinusoïdales. En prenant G_0 très proche de 3, on ne distingue pas la différence avec une sinusoïde :



Si on a $G_3 > 3$ de façon assez importante, le circuit fonctionne toujours en oscillateur, mais les oscillations ne sont plus sinusoïdales, et de pulsation $\omega_{\text{osc}} \neq \omega_0$:



Si l'on visualise la tension $v_1(t)$ en sortie de l'ALI, on constate que celui-ci fonctionne ici presque tout le temps en régime saturé :

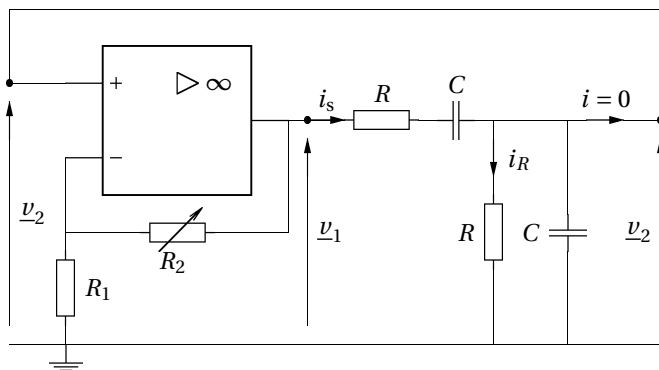


- Pour qu'un oscillateur démarre, il faut que le gain de l'étage amplificateur en régime linéaire dépasse une valeur seuil : c'est la **condition d'accrochage**.
- Les **non-linéarités** de l'étage amplificateur permettent un fonctionnement stable de l'oscillateur.
- Le régime permanent est obtenu quand les gains fournis par l'étage amplificateur compensent les pertes.

3 — Complément : bilan de puissance

On note les courants i_s et i_R sur le schéma.

On considère les oscillations sinusoïdales à la pulsation ω_0 .



La puissance moyenne fournie par l'ALI au pont de Wien est

$$\langle P_{\text{ALI}} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{v}_1 \underline{i}_s^*).$$

Le courant étant nul dans l'entrée non inverseuse de l'ALI, le courant i de sortie du pont de Wien est nul, comme indiqué sur le schéma.

Le pont de Wien peut être considéré comme l'association $(R) + (C) + (R//C)$, traversée par le courant i_s . L'impédance de l'ensemble est donc

$$\underline{Z}_{\text{PW}} = R + \frac{1}{jC\omega} + \frac{R}{1+jRC\omega}.$$

On se place à la pulsation de résonance telle que $RC\omega_0 = 1$; on a donc

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{PW}} &= R + \frac{R}{j} + \frac{R}{1+j} = R \left(1 - j + \frac{1}{1+j} \right) \\ &= R \frac{(1-j)(1+j)+1}{1+j} = R \frac{3}{1+j} = R \frac{3(1-j)}{(1+j)(1-j)} \end{aligned}$$

d'où

$$\underline{Z}_{\text{PW}} = \frac{3}{2}(1-j)R.$$

On a donc pour cette pulsation

$$\underline{v}_1 = \underline{Z}_{\text{PW}}(j\omega_0) \underline{i}_s = \frac{3}{2}(1-j)R \underline{i}_s$$

$$\langle P_{\text{ALI}} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{v}_1 \underline{i}_s^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\frac{3}{2}(1-j)R \underline{i}_s \underline{i}_s^* \right)$$

$$\langle P_{\text{ALI}} \rangle = \frac{3}{4} R |\underline{i}_s|^2.$$

Le courant i_s se répartit dans R et C (en parallèle); on a donc un pont diviseur de courant, et

$$\underline{i}_R = \frac{\frac{1}{jC\omega_0}}{R + \frac{1}{jC\omega_0}} \underline{i}_s = \frac{1}{1+jRC\omega_0} \underline{i}_s = \frac{1}{1+j} \underline{i}_s$$

On peut aussi remarquer que $\underline{v}_2 = R \underline{i}_R$. Les conditions d'oscillations donnent $\underline{v}_1 = 3\underline{v}_2$, d'où

$$\underline{i}_R = \frac{1}{R} \underline{v}_2 = \frac{1}{3R} \underline{v}_1 = \frac{(1-j)}{2} \underline{i}_s$$

qui est bien le même résultat étant donné que

$$\frac{1}{1+j} \underline{i}_s = \frac{(1-j)}{(1+j)(1-j)} \underline{i}_s = \frac{(1-j)}{2} \underline{i}_s.$$

On a donc

$$|\underline{i}_R|^2 = \frac{1}{1+1} |\underline{i}_s|^2 = \frac{1}{2} |\underline{i}_s|^2,$$

d'où

$$\langle P_J \rangle = \frac{1}{2} R |\underline{i}_s|^2 + \frac{1}{2} R |\underline{i}_R|^2 = \frac{1}{2} R |\underline{i}_s|^2 + \frac{1}{2} R \frac{1}{2} |\underline{i}_s|^2$$

soit

$$\langle P_J \rangle = \frac{3}{4} R |\underline{i}_s|^2.$$

On a bien

$$\langle P_{\text{ALI}} \rangle = \langle P_J \rangle.$$

On en conclut la propriété générale suivante :

Le régime permanent de cet oscillateur est obtenu quand les gains compensent les pertes.

Les gains sont fournis par l'ALI, les pertes sont dissipées dans le pont de Wien qui comporte des résistances.