

## DS n° 1

## Électronique

Le sujet comporte quatre parties indépendantes.

Merci de suivre les conseils suivants :

- laisser un espace en début de copie pour la note et les commentaires;
- laisser une marge à chaque page pour les commentaires et décompte des points;
- respecter et indiquer la numérotation des questions;
- souligner ou encadrer les résultats.

### Partie I — Pont de Sauty (CCINP PC)

On utilise un capteur d'humidité capacitif, modélisé par un condensateur dont la capacité  $C$  dépend du taux d'humidité de l'air, en parallèle avec une résistance de fuite  $R$ , due au polymère constitutif du condensateur qui ne se comporte pas comme un isolant parfait.

Le condensateur est inséré dans le circuit suivant (cf. figure I-1), appelé pont de Sauty, alimenté sous une tension sinusoïdale  $e(t)$  de pulsation  $\omega$ , où la résistance  $R_0$  et la capacité  $C_0$  sont variables.

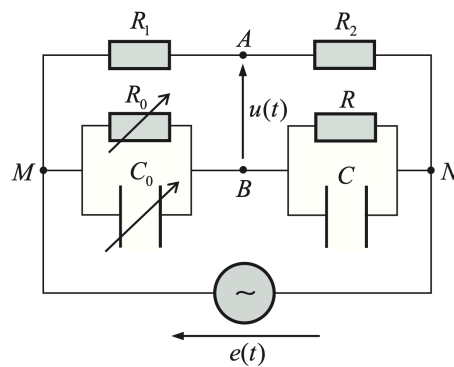


FIGURE I-1 – Pont de Sauty

On note  $u(t)$  la tension entre les points  $A$  et  $B$ ,  $\underline{e}$  et  $\underline{u}$  les représentations complexes des tensions respectives  $e(t)$  et  $u(t)$ . On note  $\underline{Z}_0$  l'impédance de l'association parallèle de la capacité  $C_0$  et de la résistance  $R_0$  entre les points  $M$  et  $B$ , et  $\underline{Z}$  l'impédance de l'association en parallèle de la capacité  $C$  et de la résistance  $R$  entre les points  $B$  et  $N$ .

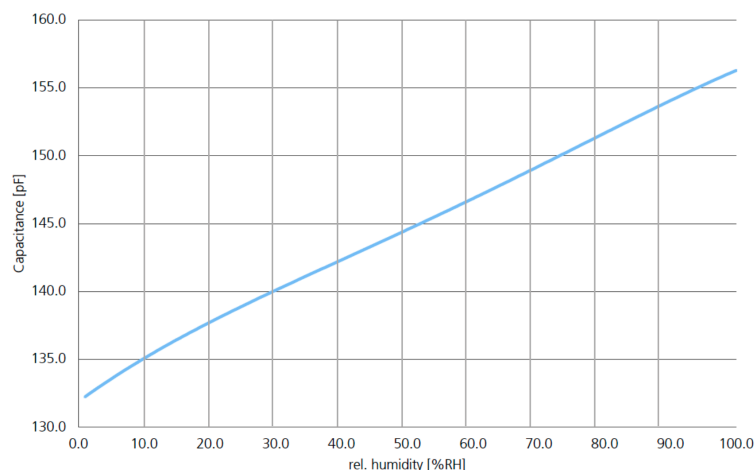


FIGURE I-2 – Courbe d'étalonnage du capteur

1. Exprimer en fonction de  $\underline{e}$  et des différentes impédances les tensions  $\underline{u}_{AN}$  et  $\underline{u}_{BN}$ .  
En déduire que

$$\underline{u} = \frac{R_2 \underline{Z}_0 - R_1 \underline{Z}}{(R_1 + R_2)(\underline{Z}_0 + \underline{Z})} \underline{e}.$$

2. Le pont de Sauty est dit équilibré lorsque  $u = 0$ , quelle que soit la tension  $e$ . Montrer que l'équilibre du pont permet de déterminer  $R$  et  $C$ , dont on donnera l'expression en fonction de  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  et  $C_0$ .

3. On utilise le condensateur en tant que capteur d'humidité dont on donne la courbe d'étalonnage (figure I-2). Déterminer le degré d'hygrométrie de la pièce dans laquelle il est plongé sachant que le pont de Sauty est équilibré pour  $C_0 = 1,44$  nF avec  $R_1/R_2 = 0,1$ .

## Partie II — Générateur de salves (Mines-Ponts PSI)

Afin d'étudier des ondes acoustiques ultrasonores, on souhaite utiliser un générateur émettant des salves de sinusoïdes de quelques périodes chacune.

Pour émettre des ondes acoustiques par salves, l'émetteur doit être alimenté par un générateur de trains de sinusoïdes à 40 kHz.

Considérons tout d'abord le montage de la figure II-1 où l'ALI, supposé idéal, est alimenté par des tensions de  $\pm 15$  V et dont les tensions de saturation sont alors également  $\pm V_{\text{sat}} = \pm 15$  V.

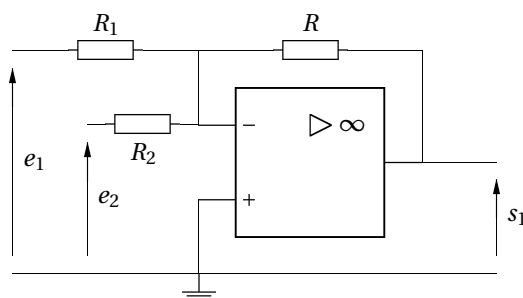


FIGURE II-1 – Montage à ALI idéal

1. Exprimer la tension  $s_1$  en fonction des données du montage. Représenter un montage permettant d'obtenir une tension  $s = -s_1$ .

On adapte ce montage de la façon suivante :

- on prend  $R = R_1 = R_2 = 47$  k $\Omega$ ;
- la tension  $e_1(t)$  est une tension sinusoïdale de fréquence  $f_1 = 40$  kHz et d'amplitude crête à crête 8 V;
- la tension  $e_2(t)$  est une tension en créneau de fréquence  $f_2 = 5,0$  kHz et d'amplitude crête à crête 12 V.

2. Tracer l'allure de la courbe  $s(t)$  en fonction du temps, sur une durée de  $4 \times 10^{-4}$  s. On précisera les coordonnées des points remarquables.

On modifie l'alimentation de l'ALI initialement de  $\pm 15$  V, par deux tensions de 0 V et 15 V.

3. Reprendre la question précédente : en quoi l'allure de  $s(t)$  est-elle modifiée? L'objectif d'un générateur de salves semble-t-il atteint?

4. La fiche technique de l'amplificateur opérationnel LM741 utilisé indique une vitesse limite de balayage de  $0,5 \text{ V} \cdot \mu\text{s}^{-1}$ . Pourquoi le signal  $s(t)$  sera-t-il déformé? Comment minimiser les effets de ce défaut sans changer de composant?

## Partie III — Oscillateurs en électronique (CCINP TSI)

Nous nous intéressons dans ce problème aux oscillateurs, systèmes électroniques au cœur de très nombreux objets qui nous entourent au quotidien : montre, voiture, radio, ordinateur, etc. Quelle que soit l'application, l'objectif d'un oscillateur est le même : générer un signal de période stable, de caractéristiques spectrales choisies, sans aucun signal d'entrée. Deux réalisations sont proposées dans ce problème : en première partie, un oscillateur quasi-sinusoïdal et en seconde partie un oscillateur à relaxation.

Les deux parties sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

# 1 — Réalisation d'un oscillateur quasi-sinusoidal

Il est parfois intéressant d'avoir des systèmes électroniques instables, notamment en électronique, pour pouvoir réaliser des oscillateurs. On rappelle que ce type de structure peut être réalisé en associant un amplificateur et un filtre comme présenté en figure III-1.

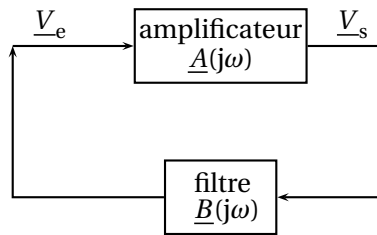


FIGURE III-1 – Structure d'un oscillateur

Nous étudions dans cette partie l'oscillateur à filtre de Wien (figure III-2).

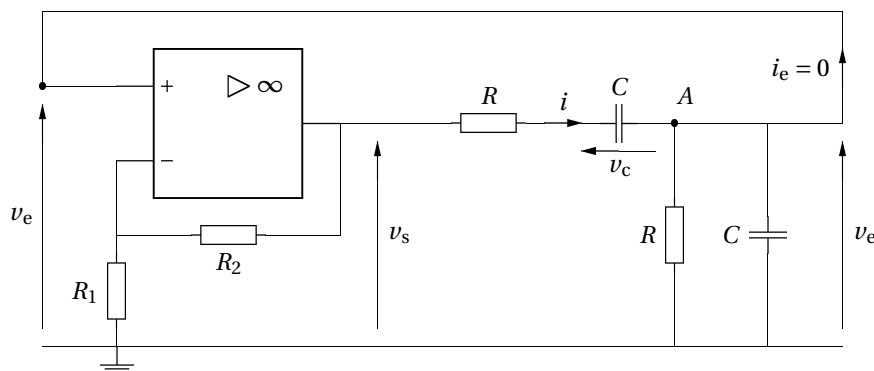


FIGURE III-2 – Schéma électrique de l'oscillateur à filtre de Wien

## 1 Généralités

1. Reproduire le schéma sur votre copie et identifier la partie amplificatrice ainsi que la partie filtre de cet oscillateur.
2. Justifier pourquoi le courant noté  $i_e$  sur le schéma peut être considéré comme nul dans la suite de l'étude.

## 2 Étude du filtre de Wien

3. Quelle est la relation entre  $\frac{dv_c}{dt}$  et le courant  $i$  traversant le condensateur? Cette équation sera nommée « **E1** » sur votre copie.
4. Par une loi des nœuds au point  $A$ , exprimer le courant  $i$  en fonction de la tension  $v_e$  et de sa dérivée par rapport au temps. Cette équation sera nommée « **E2** » sur votre copie.
5. Par une loi des mailles, exprimer la tension  $v_s$  en fonction de  $v_e$ ,  $R$ ,  $i$  et  $v_c$ . Cette équation sera nommée « **E3** » sur votre copie.
6. En utilisant les équations **E1** et **E2**, montrer que l'on obtient l'expression suivante en précisant l'expression de la constante de temps  $\tau$  :

$$\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau}. \quad (1)$$

## 3 Amplificateur

7. En étudiant le fonctionnement de l'amplificateur linéaire intégré présent dans le schéma de la figure III-2, en déduire la valeur de l'amplification  $A = \frac{v_s}{v_e}$  en fonction des résistances  $R_1$  et  $R_2$ .

#### 4 Conditions d'oscillation

8. Montrer que l'on obtient l'équation différentielle suivante, vérifiée par la tension  $v_s$  en fonction de  $\tau$  et de l'amplification  $A$  :

$$\tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \tau(3 - A) \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0. \quad (2)$$

9. Par analyse de cette équation, quelle condition doit-on satisfaire pour obtenir une oscillation harmonique?

10. Quelle est alors la fréquence d'oscillation que l'on notera  $f_0$ ?

11. D'où provient l'énergie nécessaire pour garantir l'oscillation?

#### 5 Qualité du signal fourni

Nous nous intéressons à présent à la qualité du signal fourni par cet oscillateur. En figure III-3 sont présentées l'allure temporelle de la tension  $v_e$  ainsi que sa décomposition spectrale.

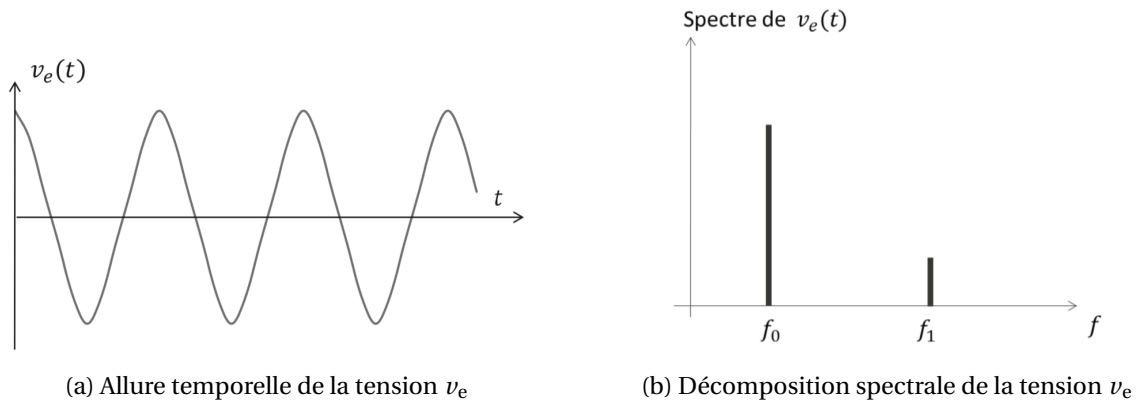


FIGURE III-3 – Signal  $v_e$  fourni par l'oscillateur

12. Peut-on considérer le signal fourni comme sinusoïdal? Justifier.

13. On donne les fréquences  $f_0 = 1$  kHz et  $f_1 = 10$  kHz. Comment pourrait-on améliorer la qualité de la tension  $v_e$ ? Une approche pratique est attendue en précisant les valeurs caractéristiques du dispositif mis en œuvre.

## 2 — Oscillateur à relaxation

Si l'on cherche à réaliser un signal d'horloge, il n'est pas nécessaire d'obtenir un signal sinusoïdal. On peut alors utiliser la structure de l'oscillateur présentée en figure III-4

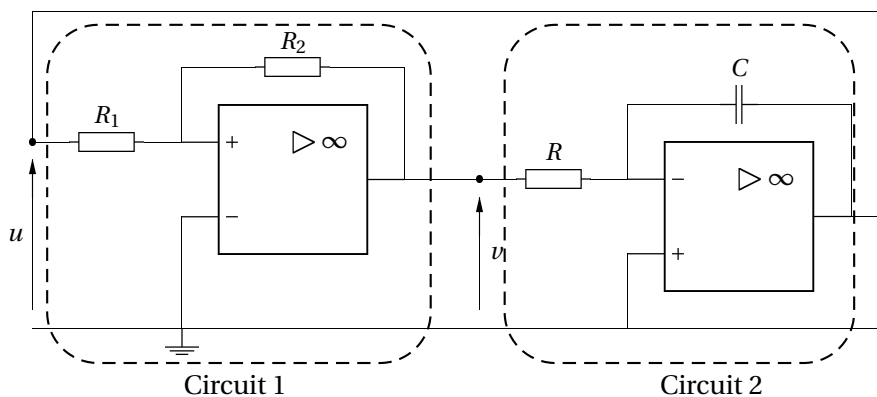


FIGURE III-4 – Oscillateur à relaxation

On considère les amplificateurs linéaires idéaux (ALI idéaux) et on note  $+V_{\text{sat}}$  et  $-V_{\text{sat}}$  leurs tensions de saturation. À  $t = 0$ , on suppose que la tension  $v$  vaut  $+V_{\text{sat}}$  et que la tension  $u$  est nulle.

Tout d'abord, nous nous intéressons au circuit 1.

14. Préciser, en le justifiant, le mode de fonctionnement de l'ALI idéal. Quelles sont les valeurs que peut prendre la sortie  $v$ ?

Pour quelle valeur de la tension d'entrée  $u$ , notée  $u_{\text{seuil1}}$ , la tension de sortie  $v$  bascule-t-elle de  $+V_{\text{sat}}$  à  $-V_{\text{sat}}$ ?

On admet que la tension de sortie  $v$  bascule de  $-V_{\text{sat}}$  à  $+V_{\text{sat}}$  pour une valeur de tension  $u_{\text{seuil2}}$  telle que  $u_{\text{seuil2}} = -u_{\text{seuil1}}$ .

15. Tracer la tension  $v$  en fonction de la tension  $u$  en annotant soigneusement le tracé.

Le circuit 2 est un montage intégrateur inverseur. On admet la relation entrée-sortie suivante :

$$\frac{du}{dt} = -\frac{v}{RC}. \quad (3)$$

16. Si la tension  $v$  est constante et vaut  $+V_{\text{sat}}$ , quelle est l'allure du signal d'entrée  $u$ ?

Étudions à présent le montage complet. Les chronogrammes des tensions  $u$  et  $v$  sont donnés en figure III-5.

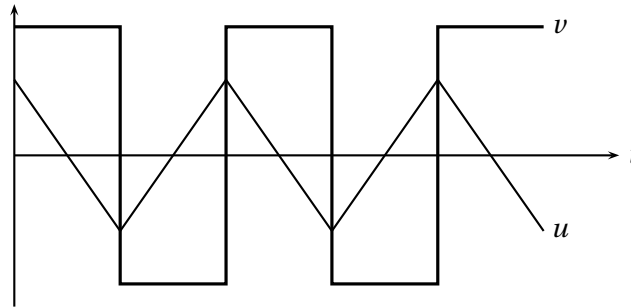


FIGURE III-5 – Allures temporelles des signaux issus de l'oscillateur à relaxation

17. Exprimer la fréquence  $f$  de la tension  $u$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R$  et  $C$ .

On souhaite obtenir un signal triangulaire d'amplitude  $V_{\text{max}} = 2 \text{ V}$  et de fréquence  $f = 1 \text{ kHz}$ . On alimente les ALI en  $\pm 15 \text{ V}$ . On impose d'utiliser les résistances  $R$  et  $R_2$  telles que  $R = R_2 = 1000 \Omega$ .

18. Déterminer les valeurs de la résistance  $R_1$  et du condensateur  $C$  pour répondre au cahier des charges.

19. Quelle caractéristique de l'ALI peut limiter la fréquence de fonctionnement d'un tel montage?

## Partie IV — Impédancemètre (Centrale PSI)

Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées et demandent de l'initiative de la part du candidat. Les pistes de recherche doivent être consignées par le candidat sur sa copie; si elles sont pertinentes, elles seront valorisées. Le barème tient compte du temps nécessaire pour explorer ces pistes et élaborer un raisonnement, il valorise ces questions de façon très significative.

### Notations

À toute grandeur, fonction sinusoïdale du temps,  $g(t) = G \cos(\omega t + \varphi)$ , on associe la grandeur  $\underline{g}(t) = \underline{G} e^{j\omega t}$ , où  $j^2 = -1$  et  $\underline{G} = G e^{j\varphi}$  est appelée *amplitude complexe* de  $g$ .

On donne la conductivité électrique du cuivre :  $\gamma_{\text{Cu}} = 5,9 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ .

On étudie l'enroulement d'un transformateur miniaturisé, réalisé en cuivre comme indiqué figure IV-1.

La résistance électrique d'un conducteur cylindrique de conductivité électrique  $\gamma$ , de longueur  $\ell$ , de section  $S$ , parcouru par uniformément par un courant parallèle à son axe est

$$R = \frac{\ell}{\gamma S}.$$

1. Pour l'enroulement de cuivre de la figure IV-1, le courant circule de  $A$  vers  $B$ . Évaluer sa résistance électrique  $R_e$ .

L'inductance propre de l'enroulement peut être mesurée grâce à un impédancemètre dont le schéma est celui de la figure IV-2. On utilise le modèle de l'amplificateur linéaire intégré idéal de gain infini, alimenté en  $\pm 15 \text{ V}$ . La résistance  $R_{\text{réf}} = 1000,0 \Omega$  est une résistance de référence. L'impédance à mesurer est  $\underline{Z} = Z_r + jZ_i$ , où  $Z_r$  et  $Z_i$  sont des nombres réels. Le générateur impose la tension harmonique  $u_e(t) = U_0 \cos(\omega t)$ .

2. Exprimer l'amplitude complexe  $\underline{U}_s$  en fonction de l'amplitude complexe  $\underline{U}_e$ , de  $R_{\text{réf}}$  et de  $\underline{Z}$ .

La figure IV-2-(a) donne les graphes des tensions  $u_e(t)$  et  $u_s(t)$ .

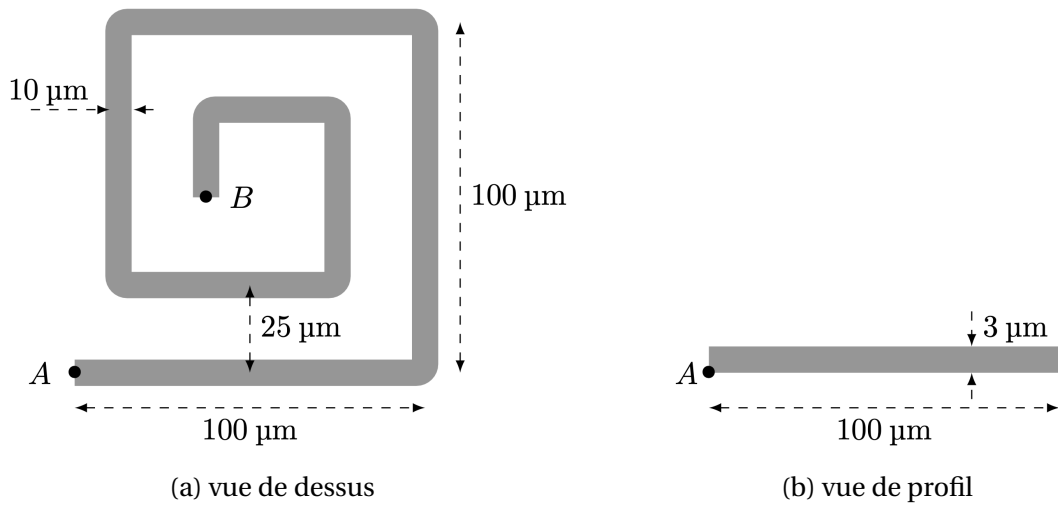


FIGURE IV-1 – Schéma d'un enroulement en cuivre

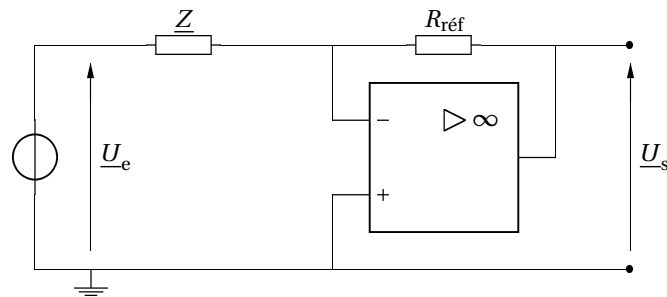
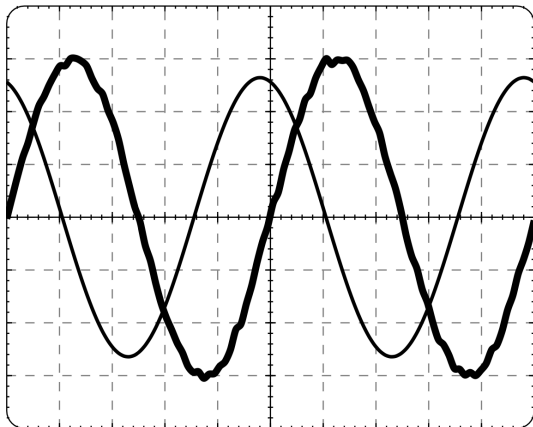
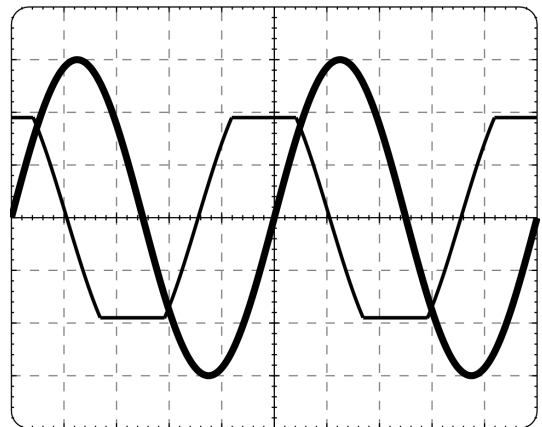


FIGURE IV-2 – Schéma d'un impédancemètre



(a) Le gain vertical est 2 mV par carreau pour  $u_e$  et 2 V par carreau pour  $u_s$ .



(b) Le gain vertical est 10 mV par carreau pour  $u_e$  et 1 V par carreau pour  $u_s$ .

FIGURE IV-3 – Oscillogrammes — La courbe en gras est la tension d'entrée  $u_e(t)$ , la courbe en trait fin la tension de sortie  $u_s(t)$ , la base de temps est 200 ns par carreau.

3. Calculer  $Z_r$  et  $Z_i$ . En déduire la valeur  $L$  de l'inductance propre de l'enroulement ainsi que la valeur de  $R_e$ .
4. L'amplitude de la tension d'entrée est portée à la valeur  $U_0 = 30$  mV. Préciser l'intérêt d'une telle augmentation d'amplitude. Proposer, en la justifiant, la forme prévisible pour le signal de sortie. Expliquer pourquoi la réduction de la résistance de référence  $R_{\text{réf}}$  est à envisager si on veut garder  $U_0 = 30$  mV.
5. On choisit une résistance de référence plus faible  $R'_{\text{réf}} = 100,00 \Omega$ . Les courbes obtenues sont représentées figure IV-2-(b). Interpréter qualitativement le phénomène observé.