Nécessité d'un filtre anti-repliement

Si le signal comporte des fréquences $f > F_e/2$, il faut le filtre avant l'échantillonnage avec un **filtre anti-repliement** : filtre passe-bas de fréquence de coupure $F_N = F_e/2$.

- Le filtrage anti-repliement doit s'effectuer sur le signal analogique, avant l'échantillonnage.
- Lorsque $f < F_e/2$, il y a sous-échantillonnage; lorsque $f \gg F_e/2$, il y a sur-échantillonnage.

Résolution spectrale

On peut déterminer le spectre d'un échantillon de N points x_k ($0 \leq k < N$) à l'aide de la transformée de Fourier discrète (TFD), qui retourne N valeurs du spectre calculées selon

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2i\pi k \frac{n}{N}} \quad \text{pour } 0 \leq k < N.$$

On obtient alors une représentation discrète du spectre du signal échantillonné, constituée de N valeurs sur $[0, F_e]$, dont l'intervalle δf entre deux valeurs voisines donne la résolution en fréquence.

La résolution en fréquence dans le spectre d'un échantillon calculé par transformée de Fourier discrète est reliée à la longueur de l'échantillon selon

$$\delta f = \frac{F_e}{N}.$$

- On a intérêt à prendre une durée totale de l'échantillon élevée pour augmenter la résolution spectrale.
- La transformée de Fourier rapide (TFR, en anglais FFT pour *Fast Fourier Transform*) est un algorithme diminuant considérablement la complexité du calcul de la TRE, rendant ce dernier accessible. Il nécessite un échantillon dont la taille est de la forme $N = 2^p$.

Quantification et résolution

Le **calibre** C de l'acquisition détermine la plage de valeurs mesurables du signal : $[-C, +C]$.

Lors d'une quantification sur p bits, le signal peut prendre 2^p valeurs.

La résolution r , ou pas de quantification, est l'écart entre deux valeurs voisines de l'amplitude : l'intervalle $[-C, +C]$ est divisé en $2^p - 1$ intervalle, de largeur $r = \frac{2C}{2^p - 1}$.

Filtrage numérique

Un filtre numérique est un filtre qui agit sur un échantillon $\{e_k\}$ pour retourner un signal de sortie discret $\{s_k\}$.

Pour calculer le filtre numérique correspondant à une fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$:

- On détermine l'équation différentielle reliant $e(t)$ et $s(t)$ avec l'équivalence $\times j\omega \longleftrightarrow \frac{d}{dt}$.
- On utilise la différence finie pour exprimer la dérivée : $\frac{ds}{dt}(t_n) = \frac{u_{n+1} - u_n}{T_e}$.
- L'équation différentielle se ramène à une relation de récurrence permettant d'exprimer s_{n+1} en fonction de s_n, e_n , etc.
- On détermine de proche en proche par la relation de récurrence les s_n (on prend les valeurs initiales égales à zéro).

Pour un filtre passe-bas du premier ordre, caractérisé par $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\omega\tau}$, soit $s(t) + \tau \frac{ds}{dt} = H_0 e(t)$, le filtrage numérique s'effectue avec la relation de récurrence

$$s_{n+1} = \left(1 - \frac{T_e}{\tau}\right) s_n + \frac{T_e}{\tau} H_0 e_n.$$

- La période d'échantillonnage doit être petite devant la constante de temps du filtre ($T_e \ll \tau$) pour justifier l'utilisation des différences finies.