

DS n° 1

Électronique

Partie I — Pont de Sauty (CCINP PC 2023)

1. Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  étant parcourues par la même intensité, on calcule  $\underline{U}_{AN} = \underline{V}_1 - \underline{V}_N$  par la formule du pont diviseur de tension :

$$\underline{U}_{AN} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e.$$

De même avec les impédances  $\underline{Z}$  et  $\underline{Z}_0$  on obtient

$$\underline{u}_{BN} = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}_0} e.$$

La loi des mailles dans la maille « de droite » s'écrit

$$\underline{u} - \underline{u}_{AN} + \underline{u}_{BN} = 0,$$

d'où

$$\begin{aligned} \underline{u} = \underline{u}_{AN} - \underline{u}_{BN} &= \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}_0} \right) e \\ &= \frac{R_2 \underline{Z} + R_2 \underline{Z}_0 - R_1 \underline{Z} - R_2 \underline{Z}}{(R_1 + R_2)(\underline{Z} + \underline{Z}_0)} e, \end{aligned}$$

soit

$$\underline{u} = \frac{R_2 \underline{Z}_0 - R_1 \underline{Z}}{(R_1 + R_2)(\underline{Z} + \underline{Z}_0)} e.$$

2. L'équilibre du pont se traduit par

$$(R_2 \underline{Z}_0 - R_1 \underline{Z}) e = 0 \quad \forall e$$

soit

$$R_2 \underline{Z}_0 = R_1 \underline{Z}.$$

On a

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + jC\omega \quad \text{et} \quad \underline{Y}_0 = \frac{1}{R_0} + jC_0\omega.$$

La condition d'équilibre s'écrit  $R_2 \underline{Y} = R_1 \underline{Y}_0$ , soit

$$R_2 \left( \frac{1}{R} + jC\omega \right) = R_1 \left( \frac{1}{R_0} + jC_0\omega \right).$$

L'identification des parties réelles s'écrit  $R_2/R = R_1/R_0$ , d'où

$$R = \frac{R_0 R_2}{R_1}.$$

Identifions les parties imaginaires :  $R_2 C = R_1 C_0$ , d'où

$$C = \frac{R_1}{R_2} C_0.$$

3. De la condition d'équilibre du pont, on calcule  $C = 0,1 \times 1,44 \text{ nF}$ , soit  $C = 144 \text{ pF}$ .

D'après le graphe, le degré d'humidité correspondant est  $48 \%$ .

Partie II — Générateur de salves (Mines-Ponts PSI 2021)

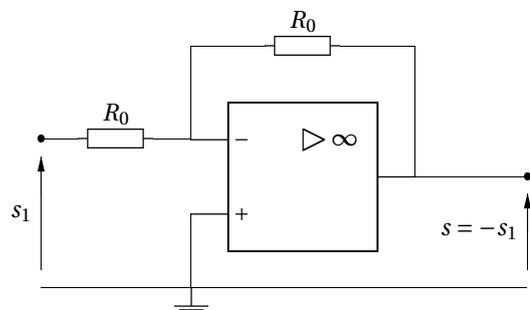
1. Écrivons la loi des nœuds en terme de potentiel à l'entrée inverseuse de l'ALI :

$$\frac{e_1 - V_-}{R_1} + \frac{e_2 - V_-}{R_2} + \frac{s_1 - V_-}{R} = 0.$$

La rétroaction se faisant sur l'entrée inverseuse, l'ALI fonctionne en régime linéaire, donc  $V_- = V_+ = 0$ , d'où

$$s_1 = -R \left( \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} \right).$$

Un montage amplificateur inverseur de gain  $-1$  permet d'obtenir  $s = s_1$  :



2. Le signal  $e_1(t)$  est une sinusoïde de période  $T_1 = 2,5 \times 10^{-5} \text{ s}$ .

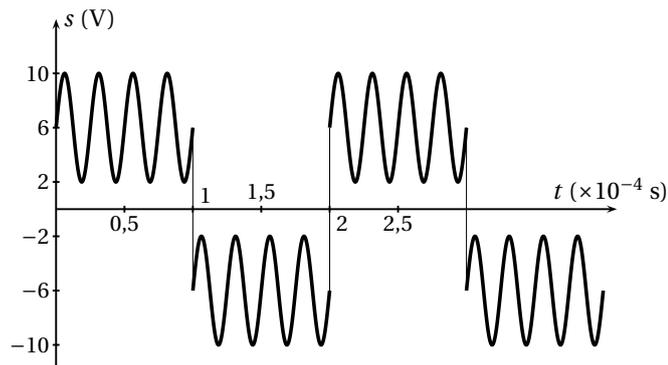
Le signal  $e_2(t)$  est un signal carré de période  $T_2 = 2 \times 10^{-4} \text{ s} = 8T_1$ .

Avec  $R = R_1 = R_2$ , on a  $s = -s_1 = e_1 + e_2$ .

Sur un créneau haut  $e_2 = 6 \text{ V}$ , on ajoute 4 périodes de

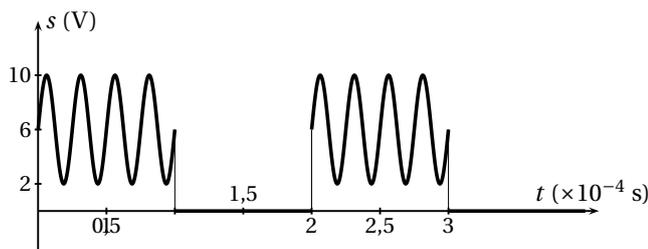
la sinusoïde de  $e_1$ , puis on fait de même sur un créneau bas de  $e_1$ .

On obtient donc sur 2 périodes du signal créneau :



3. La saturation positive de l'ALI à +15 V se fait pour  $s(t) > 15 V$ . Elle n'est jamais atteinte ici, et la partie positive du signal est inchangée.

La saturation « négative » de l'ALI se fait pour  $s(t) < 0 V$ . Quand la tension précédemment calculée est négative (chaque demi-période donc), l'ALI sature « négativement », c'est-à-dire pour la valeur basse des tensions continues d'alimentation, donc ici sur 0 V. On en déduit le signal de sortie :



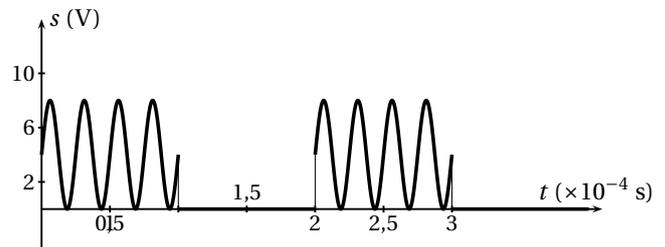
On obtient bien des salves de fréquence 40 kHz,

de durée 100  $\mu s$ , émises toutes les 200  $\mu s$ , de valeur moyenne 6 V et d'amplitude 4 V.

4. À la fin de chaque salve, le signal présente une discontinuité de 2 à 10 V en fonction de la phase de la sinusoïde (on a une discontinuité moyenne de 6 V qui correspond au graphe).

Compte tenu de la valeur de la vitesse de balayage limite  $\sigma = 0,5 V \cdot \mu s^{-1}$  de l'ALI, la transition ne sera pas instantanée, mais se fera avec une durée variant de  $\Delta = \frac{2}{\sigma} = 4 \mu s$  à  $\Delta = \frac{10}{\sigma} = 20 \mu s$ , qui n'est pas négligeable par rapport à 100  $\mu s$ .

Pour minimiser cet effet, il faut minimiser la discontinuité, en réduisant l'amplitude du signal créneau. En gardant la même amplitude pour la sinusoïde, on peut baisser l'amplitude du créneau à 4 V (soit 8 V crête à crête) :



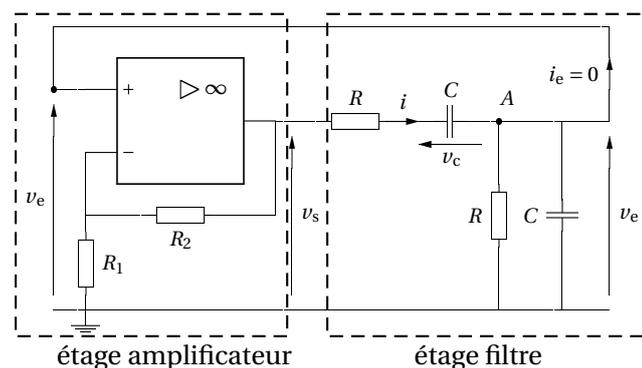
La discontinuité varie de 0 à 4 V, soit une durée de transition en sortie de l'ALI variant de 0  $\mu s$  dans le cas le plus favorable à 8  $\mu s$  dans le cas le plus défavorable. Si l'on veut gagner en rapidité, on peut réduire l'amplitude de la sinusoïde, en gardant des amplitudes égales pour la sinusoïde et le signal créneau de façon à avoir une tension minimale nulle.

## Partie III — Oscillateurs en électronique (CCINP TSI 2018)

### 1 — Réalisation d'un oscillateur quasi-sinusoïdal

#### 1 Généralités

1. La partie amplificatrice est le montage à ALI, la partie filtre est le pont de Wien.



2. Le courant noté  $i_e$  arrive sur l'entrée non inverseuse de l'ALI : **il est nul l'impédance d'entrée de l'ALI est infinie.**

#### 2 Étude du filtre de Wien

3. Pour un condensateur, on a

$$i = C \frac{dv_c}{dt} \quad (E1)$$

4. La loi des nœuds en A peut s'écrire  $i = i'_R + i'_C$ , où  $i'_R$  est l'intensité traversant R « vers le bas » et  $i'_C$  celle traversant C « vers la bas ». On a donc

$$i'_R = \frac{v_e}{R} \quad \text{et} \quad i'_C = C \frac{dv_e}{dt}$$

d'où

$$i = \frac{v_e}{R} + C \frac{dv_e}{dt}. \quad (\text{E2})$$

5. Une loi des mailles conduit à

$$v_s = v_e + v_c + Ri. \quad (\text{E3})$$

6. Dérivons l'équation (E3) par rapport au temps :

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{dv_e}{dt} + \frac{dv_c}{dt} + R \frac{di}{dt}.$$

D'après les équations (E1) et (E2) on a

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{i}{C} = \frac{v_e}{RC} + \frac{dv_e}{dt} = \frac{v_e}{\tau} + \frac{dv_e}{dt}.$$

En dérivant (E2) on obtient

$$R \frac{di}{dt} = \frac{dv_e}{dt} + \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2}.$$

On en déduit

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau} + \frac{dv_e}{dt} + \frac{dv_e}{dt} + \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2}$$

soit

$$\frac{dv_s}{dt} = \tau \frac{d^2 v_e}{dt^2} + 3 \frac{dv_e}{dt} + \frac{v_e}{\tau}. \quad (\text{E4})$$

### 3 Amplificateur

7. Le courant étant nul dans l'entrée non inverseuse de l'ALI, les résistances  $R_1$  et  $R_2$  sont traversées par le même courant. L'ALI étant linéaire,  $V_- = v_e$ ; on a donc une structure pont diviseur de tension, d'où

$$v_e = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s.$$

Le gain  $A = v_s / v_e$  de l'amplificateur vaut donc

$$A = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

### 4 Conditions d'oscillation

8. En remplaçant  $v_e = \frac{v_s}{A}$  dans l'équation (E4), on obtient

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{\tau}{A} \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{3}{A} \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{A\tau}$$

soit  $A\tau \frac{dv_s}{dt} = \tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + 3\tau \frac{dv_s}{dt} + v_s$ .

La tension de sortie vérifie donc l'équation différentielle

$$\tau^2 \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \tau(3 - A) \frac{dv_s}{dt} + v_s = 0. \quad (\text{E5})$$

9. On obtient des oscillations harmoniques pour

$$A = 3.$$

L'équation (E5) devient alors

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{1}{\tau^2} v_s = 0.$$

10. La pulsation des oscillations est  $\omega_0 = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$ , soit

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}.$$

11. L'énergie nécessaire pour garantir l'oscillation provient de l'alimentation de l'ALI, non représentée sur le schéma.

### 5 Qualité du signal fourni

12. Le signal n'est pas sinusoïdal car son spectre fait apparaître deux harmoniques, aux fréquences  $f_0$  et  $f_1$ .

13. Il faudrait éliminer l'harmonique de fréquence  $f_1$ . En remarquant que  $f_1 = 10f_0$ , on peut envisager l'utilisation d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $f_0 < f_c < f_1$  en sortie de montage.

► On pourrait utiliser un filtre du premier ordre (circuit RC par exemple), mais les fréquences  $f_0$  et  $f_1$  n'étant séparée que d'une décade (rapport de 10), il serait difficile d'atténuer fortement  $f_1$  en gardant  $f_0$ .

Par exemple en prenant  $f_c = 4 \text{ kHz}$ , on obtient  $G(f_0) = \frac{1}{\sqrt{1+1/16}} \approx 0,97$  et  $G(f_1) = \frac{1}{\sqrt{1+100/16}} \approx 0,37$ . Il vaudrait mieux utiliser un filtre d'ordre deux.

► Si le filtre n'a pas une impédance d'entrée infinie (c'est le cas si l'on envisage un filtre RLC en prenant la tension aux bornes de C), il faut placer un suiveur à la sortie de l'oscillateur pour ne pas modifier ses caractéristiques.

## 2 — Oscillateur à relaxation

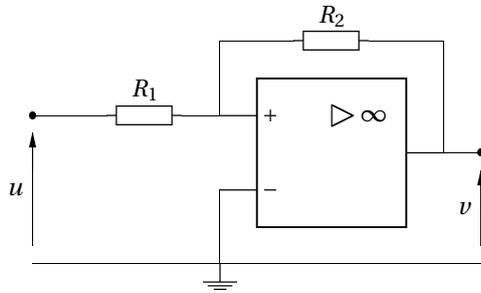
14. L'ALI idéal du circuit 1 fonctionne en **régime saturé** : le rétroaction se fait sur l'entrée non inverseuse. La sortie peut donc prendre les valeurs

$$v = \pm V_{\text{sat}}.$$

Comme  $V_- = 0$ , on a

$$\varepsilon = V_+ - V_- = V_+.$$

La tension de sortie  $v$  bascule de  $+V_{\text{sat}}$  à  $-V_{\text{sat}}$  pour  $\varepsilon < 0$ .



Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  sont traversées par le même courant ( $i_+ = 0$ ); on a donc un pont diviseur de tension :

$$V_+ - u = \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v - u),$$

soit

$$\varepsilon = V_+ = u + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(v - u) = \frac{R_2 u + R_1 v}{R_1 + R_2}.$$

Partant de  $v = +V_{\text{sat}}$ , la sortie ne bascule pas tant que  $\varepsilon > 0$ , soit

$$R_2 u + R_1 V_{\text{sat}} > 0.$$

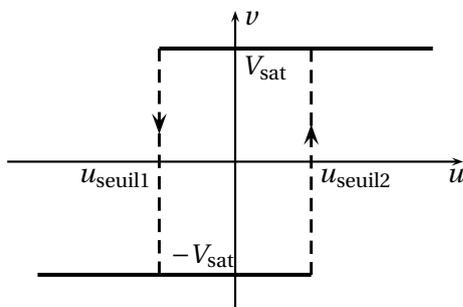
La bascule se produit donc pour la valeur

$$u_{\text{seuil1}} = -\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}}.$$

Le sortie reste à  $+V_{\text{sat}}$  tant que  $u > u_{\text{seuil1}}$ .

Par symétrie, la sortie reste à  $-V_{\text{sat}}$  tant que  $u < u_{\text{seuil2}} = -u_{\text{seuil1}}$ .

15. On en déduit le cycle d'hystérésis du circuit :

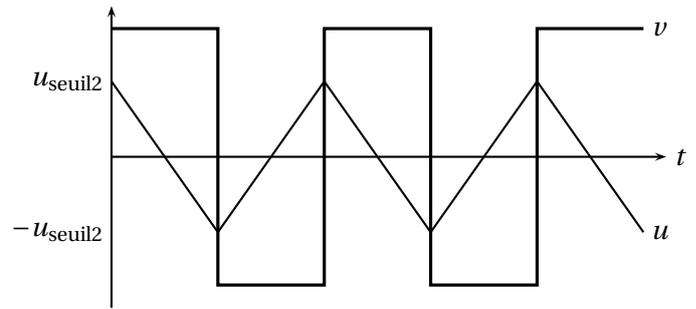


16. Avec  $v = +V_{\text{sat}}$ , la sortie de l'intégrateur vaut

$$u = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC} t + A.$$

Le signal d'entrée<sup>1</sup> est donc une droite décroissante.

17. D'après l'étude précédente, la tension  $u$  varie entre  $-u_{\text{seuil2}}$  et  $u_{\text{seuil2}}$ , et la tension  $v$  entre  $-V_{\text{sat}}$  et  $+V_{\text{sat}}$ .



Initialement, on a  $u(0) = u_{\text{seuil2}}$  et  $v = +V_{\text{sat}}$ . D'après la question 16, on a

$$u(t) = u_{\text{seuil2}} - \frac{V_{\text{sat}}}{RC} t.$$

Cette phase de décroissance se termine à l'instant  $t_1$  tel que  $u(t_1) = -u_{\text{seuil2}}$ , soit

$$-u_{\text{seuil2}} = u_{\text{seuil2}} - \frac{V_{\text{sat}}}{RC} t_1$$

d'où

$$t_1 = 2 \frac{u_{\text{seuil2}}}{V_{\text{sat}}} RC = 2 \frac{R_1}{R_2} RC.$$

Cette phase représente une demi-période<sup>2</sup>; la période vaut donc  $T = 2t_1$ , soit une fréquence

$$f = \frac{R_2}{4R_1 RC}.$$

18. L'amplitude du signal triangulaire est donnée par

$$V_{\text{max}} = u_{\text{seuil2}} = \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}},$$

d'où

$$R_1 = R_2 \frac{V_{\text{max}}}{V_{\text{sat}}}.$$

On calcule

$$R_1 = 133 \Omega.$$

On a alors

$$C = \frac{V_{\text{sat}}}{4RfV_{\text{max}}}.$$

On calcule

$$C = 1,88 \mu\text{F}.$$

19. C'est la **vitesse de balayage** (*slew rate*) de l'ALI qui limite la fréquence de fonctionnement du montage.

1. Il s'agit de l'entrée du circuit 1, qui est la sortie du montage intégrateur!

2. On peut raisonner plus simplement : on a une variation affine de  $u$  de  $2u_{\text{seuil2}}$  pendant une durée  $T/2$  avec une pente  $\frac{V_{\text{sat}}}{RC}$ , soit  $\frac{2u_{\text{seuil2}}}{T/2} = \frac{V_{\text{sat}}}{RC}$  et on retrouve l'expression de  $T$ .

## Partie IV — Impédancemètre (Centrale PSI 2023)

1. On calcule la longueur de l'enroulement :

$$L = 100 + 100 + 100 + 75 + 75 + 50 + 50 + 25 \mu\text{m} \\ = 575 \times 10^{-6} \text{ m}.$$

La section vaut

$$S = (3 \times 10^{-6} \times (10 \times 10^{-6})) = 3 \times 10^{-11} \text{ m}^2.$$

La résistance vaut donc  $R_e = \frac{575 \times 10^{-6}}{5,9 \times 10^7 \times 3 \times 10^{-11}}$ ,  
soit

$$R_e = 0,32 \Omega.$$

2. Appliquons la loi des nœuds en terme de potentiel à l'entrée inverseuse de l'ALI :

$$\frac{U_e - V_-}{Z} + \frac{U_s - V_-}{R_{\text{réf}}} = 0.$$

L'ALI fonctionnant en régime linéaire, on a  $V_- = V_+ = 0$ , d'où

$$\frac{U_e}{Z} + \frac{U_s}{R_{\text{réf}}} = 0.$$

On en déduit

$$\frac{U_s}{R_{\text{réf}}} = -\frac{U_e}{Z}. \quad (6)$$

3. Notons  $Z = |Z| e^{j\varphi_Z}$ .

Prenons le module de la relation (6) :

$$U_s = \frac{R_{\text{réf}}}{|Z|} U_e.$$

On a donc

$$|Z| = \frac{R_{\text{réf}} U_e}{U_s} = \frac{1000 \times 3 \times 2 \times 10^{-3}}{2,6 \times 2}$$

soit  $|Z| = 1,15 \Omega$ .

Le déphasage entre  $U_s$  et  $U_e$  est donné par

$$\varphi_{s/e} = \arg\left(-\frac{R_{\text{réf}}}{Z}\right) = \arg(-R_{\text{réf}}) - \arg(Z) = 180^\circ - \varphi_Z.$$

Sur l'oscillogramme (a), on lit la période

$$T = 5 \times 200 \times 10^{-9} = 1 \times 10^{-6} \text{ s}.$$

La tension  $U_s$  est en avance de phase sur la tension,  $U_e$ . On lit l'avance temporelle

$$\Delta T = 1,5 \times 200 \times 10^{-9} = 0,3 \times 10^{-6} \text{ s}.$$

On en déduit le déphasage  $\varphi_{s/e} = \frac{\Delta T}{T} 360 = 108^\circ$ . On a donc  $108 = 180 - \varphi_Z$ , d'où

$$\varphi_Z = 72^\circ.$$

On calcule alors  $Z_r = |Z| \cos \varphi_Z$  soit

$$Z_r = 0,36 \Omega.$$

De même  $Z_i = |Z| \sin \varphi_Z$ , soit

$$Z_i = 1,10 \Omega.$$

La partie imaginaire de l'impédance de l'enroulement s'identifie à

$$Z_i = L\omega.$$

La mesure de la période donne  $f = 10^6$  Hz, d'où

$$L = \frac{Z_i}{2\pi f} = \frac{1,10}{2\pi \times 10^6}$$

soit

$$L = 0,18 \text{ mH}.$$

La résistance de l'enroulement est donnée par la partie réelle de son impédance :

$$R_e = 0,36 \Omega.$$

Cette valeur est proche de la valeur calculée à la première question.

4. On voit sur la l'oscillogramme (a) que la tension d'entrée est bruitée du fait de sa faible amplitude (courbe plus épaisse), ce qui fait baisser la précision de la détermination de son amplitude.

Pendre un signal d'entrée d'amplitude sensiblement plus élevée permet une meilleure précision sur la mesure de son amplitude, car le signal sera moins bruité.

D'après les questions précédentes, le gain du montage à ALI est

$$G = \frac{U_s}{U_e} = \frac{2,6 \times 2}{3 \times 2 \times 10^{-3}} = 8,7 \times 10^2.$$

En prenant  $U_e = 30$  mV, on obtient  $U_s = 26$  V : l'ALI ne peut fonctionner en régime linéaire en délivrant une telle tension en sortie. On observe alors une saturation de la tension de sortie à la valeur 15 V.

Il faut donc diminuer le gain  $G = \frac{R_{\text{réf}}}{|Z|}$  pour éviter la saturation de la tension de sortie, ce qui nécessite de diminuer la valeur de  $R_{\text{réf}}$ .

5. En prenant  $R'_{\text{réf}}$  dix fois plus faible, le gain du montage est dix fois plus faible; l'amplitude de la tension de sortie attendue n'est alors plus de 26 V mais vaut  $U_s = 2,6$  V : il n'y a pas de saturation de tension.

On note cependant une saturation de la tension de sortie sur l'oscillogramme (b)... On remarque que l'on a  $U_{s,\text{max}} = 1,9$  V, bien inférieure à  $V_{\text{sat}}$ ; ce n'est donc pas la saturation de la tension de sortie que l'on observe.

Une diminution de  $R_{\text{réf}}$  entraîne une augmentation du courant de sortie  $I_s$  délivré par l'ALI.

On a  $U_{s,\text{max}} = R_{\text{réf}} I_{\text{sat}}$ , soit

$$I_{\text{sat}} = \frac{U_{s,\text{max}}}{R_{\text{réf}}} = \frac{1,9}{100} = 19 \text{ mA}.$$

On obtient une valeur de courant de saturation compatible avec les valeurs usuelles des ALI.