

## Capacité numérique n° 2

## Transformée de Fourier discrète

Le fichier FFT.py propose deux procédures.

## Procédure spectre

Retourne la représentation de la transformée de Fourier discrète d'un signal calculée par l'algorithme de la transformée de Fourier rapide.

```

1 def spectre(S,F_ech,duree,*args):
2     t = np.arange(0,duree,1/F_ech)           # tableau des instants d'échantillonnage
3     ech = S(t)                                # on construit l'échantillon
4     tfd = fft(ech)                            # on calcule le spectre par FFT
5     N = len(tfd)                              # on construit le tableau des fréquences
6     freq = np.zeros(N)
7     for k in range(N):
8         freq[k] = 1./duree*k
9     spectre = np.absolute(tfd)*2./N           # composantes du spectre, en normalisant
10    spectre[0] = .5*spectre[0]                # normalisation de la composante continue
11    if len(args)>0:                             # argument optionnel : on trace le spectre
12        f_max = args[0]                       # jusqu'à la fréquence f_max
13    else:
14        f_max = F_ech
15    N_max = int(N*f_max/F_ech)
16    plt.stem(freq[:N_max],spectre[:N_max],markerfmt=".",basefmt=" ") # tracé du spectre
17    plt.xlabel("fréquence")
18    plt.ylabel("amplitude")
19    plt.title("spectre calculé par FFT avec $F_{\mathrm{éch}}$="+str(F_ech))
20    plt.show()

```

Les arguments sont :

**s** fonction définissant le signal.

**F\_ech** fréquence d'échantillonnage.

**duree** durée totale de l'acquisition.

**F\_max** (optionnel) fréquence maximale de tracé du spectre (sur  $[0, F_{\max}]$ ).

## Procédure spectre\_fenetre

Même principe que la procédure précédente, mais en appliquant un fenêtrage.

```

1 def spectre_fenetre(signal,F_ech,duree,fenetre,*args):
2     t = np.arange(0,duree,1/F_ech)           # on construit le tableau des instants d'échantillonnage
3     ech = signal(t)                          # on construit l'échantillon
4     M = len(ech)                             # nombre de points de l'échantillon
5     if fenetre == 1:
6         window = np.hamming(M)               # fenêtrage de Hamming
7         nom = "avec fenêtrage de Hamming"
8     elif fenetre == 2:
9         window = np.hanning(M)               # fenêtrage de Hanning
10        nom = "avec fenêtrage de Hanning"
11    elif fenetre == 3:
12        window = np.blackman(M)              # fenêtrage de Blackman
13        nom = "avec fenêtrage de Blackman"
14    elif fenetre == 4:
15        window = np.bartlett(M)               # fenêtrage de Bartlett
16        nom = "avec fenêtrage de Bartlett"
17    elif fenetre == 5:
18        window = np.kaiser(M,14)              # fenêtrage de Kaiser (coeff. modifiable)
19        nom = "avec fenêtrage de Kaiser"
20    else:
21        window = 1.

```

```

22     nom = "sans fenêtre"
23     ech_fenetre = window*ech
24     tfd = fft(ech_fenetre)           # on calcule le spectre par FFT
25     N = len(tfd)                     # on construit le tableau des fréquences
26     freq = np.zeros(N)
27     for k in range(N):
28         freq[k] = 1./duree*k
29     spectre = np.absolute(tfd)*2./N # norme des composantes du spectre, en normalisant
30     spectre[0] = .5*spectre[0]      # normalisation de la composante continue
31     if len(args)>0:                  # argument optionnel : on trace le spectre
32         f_max = args[0]             # jusqu'à la fréquence f_max
33     else:
34         f_max = F_ech
35     N_max = int(N*f_max/F_ech)
36     plt.stem(freq[:N_max],spectre[:N_max],markerfmt=".",basefmt=" ") # tracé du spectre
37     plt.xlabel("fréquence")
38     plt.ylabel("amplitude")
39     plt.title("spectre calculé par FFT "+str(nom))
40     plt.show()

```

**s** fonction définissant le signal.

**F\_ech** fréquence d'échantillonnage.

**duree** durée totale de l'acquisition.

**N** type de fenêtre

**F\_max** (optionnel) fréquence maximale de tracé du spectre (sur  $[0, F_{\max}]$ ).

Le type de fenêtre est sélectionné par un chiffre :

**1** : fenêtre de Hamming

**2** : fenêtre de Hanning

**3** : fenêtre de Blackman

**4** : fenêtre de Bartlett

**5** : fenêtre de Kaiser

**autre valeur** : sans fenêtre

## Signaux prédéfinis

Quelques signaux usuels ont été prédéfinis :

```

f = 1      # fréquence du signal

def sinus(t):
    return np.sin(2. * np.pi * f * t)

def triangle(t):
    return signal.sawtooth(2. * np.pi * f * t,0.5)

def dent_scie(t):
    return signal.sawtooth(2. * np.pi * f * t,1)

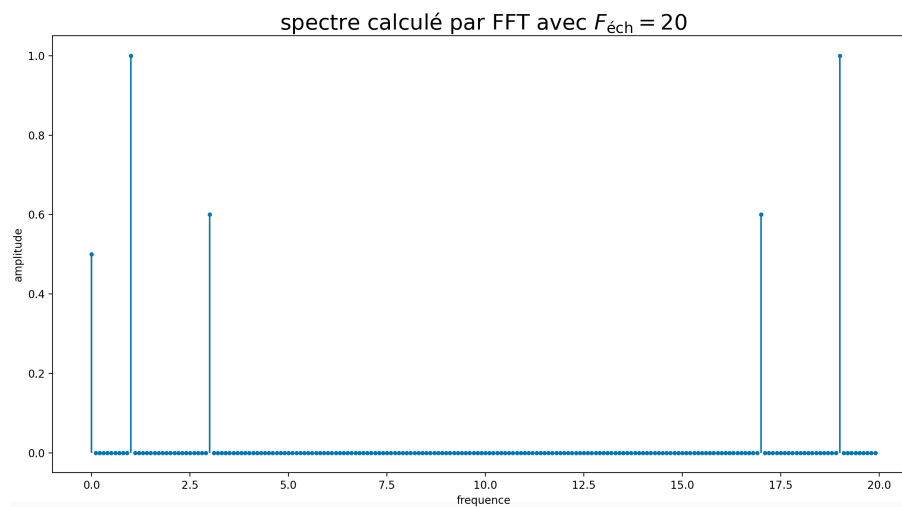
def carre(t):
    return signal.square(2. * np.pi * f * t,.5)

```

► On pourra modifier la valeur .5 de la fonction `carre` pour obtenir un signal créneau de rapport cyclique différent.

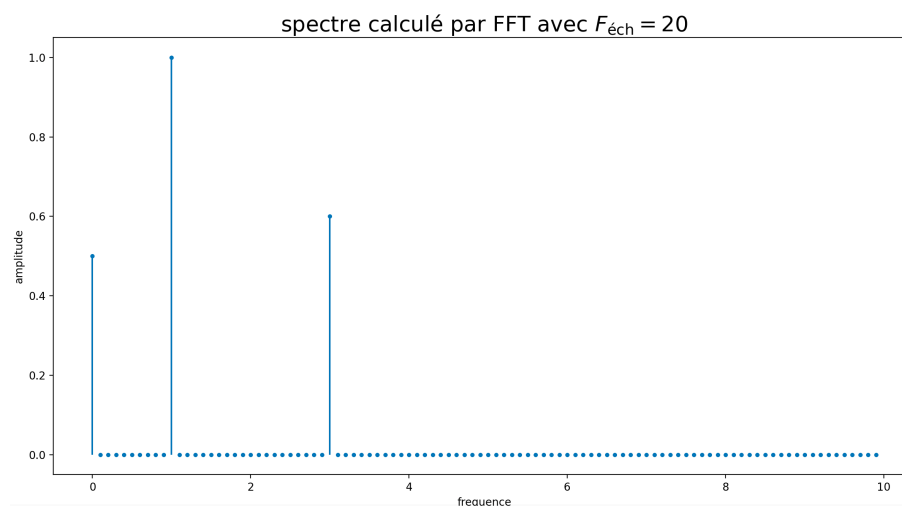
## Exemples d'utilisation

spectre(s,20,10)



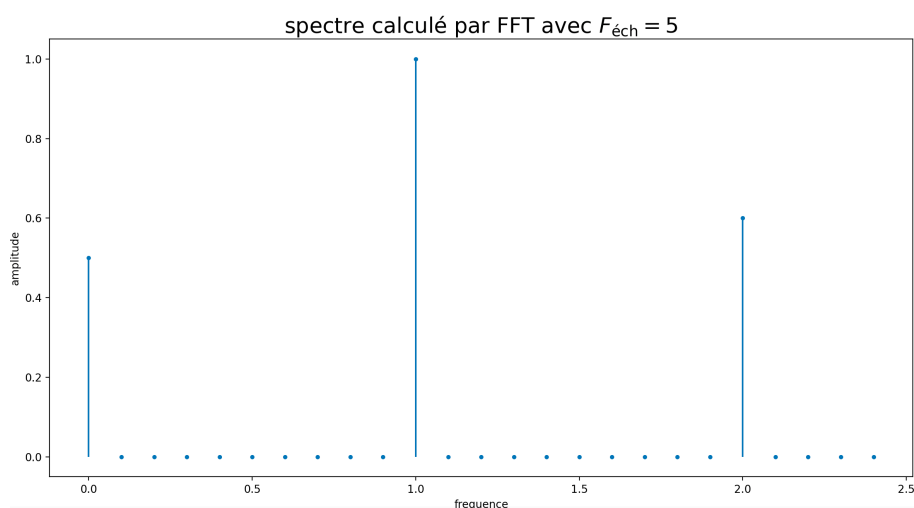
Représentation de la partie utile du spectre ( $[0, F_e/2]$ ) :

spectre(s,20,10,10)



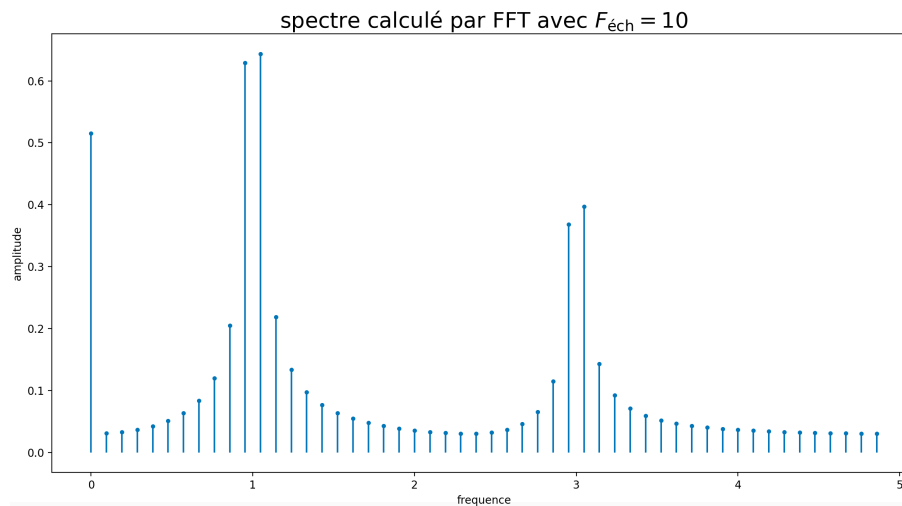
Ici la condition de Shannon n'est pas respectée : on observe le phénomène de repliement de spectre (apparition de la fréquence 2 absente du signal initial).

spectre(s,5,10,2.5)



Cas où la durée de l'échantillon n'est pas un multiple de la période du signal :

`spectre(s,10,10.5,5)` #  $F_{ech} = 10$ , tracé sur  $[0, F_{ech}/2]$



Application d'un fenêtre de Hamming.

`spectre_fenetre(s,10,10.5,1,5)`

