Appendice 2 : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maîtrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique de PSI sont d'une part ceux qui figurent dans l'appendice 2 du programme de PCSI et d'autre part ceux qui figurent dans la liste suivante.
Le thème « analyse vectorielle » prolonge l'étude de l'outil « gradient » abordé en PCSI en introduisant de nouveau opérateurs : seules leurs expressions en coordonnées cartésiennes sont exigibles. Toutes les autres formules utiles (expressions en coordonnées cylindriques, ou sphériques, actions sur des produits, combinaisons d'opérateurs, etc.) doivent être fournies.
Le thème « analyse de Fourier » prolonge l'étude de l'outil « série de Fourier » abordé en PCSI en admettant la décomposition d'une fonction non périodique du temps en une somme continue de fonctions sinusoïdales. De même qu'en PCSI où le calcul des coefficients d'un développement en série de Fourier est exclu, on ne cherche pas, en PSI, à expliciter le poids relatif et les déphasages relatifs des différentes composantes de Fourier, de telle sortie que la transformée de Fourier n'est pas exigible. On insiste en revanche sur la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale Δf et la durée caractéristique Δt d'un signal non périodique.
Dans le thème « équations aux dérivées partielles », aucune méthode générale d'étude n'est exigible : on se limite à chercher des solutions d'une forme donnée par substitution, menant ainsi soit à des équations différentielle classiques, soit à une relation de dispersion.

Notions et contenus	**Capacités exigibles**
1. Calcul différentiel	
Fonctions de plusieurs variables à valeurs réelles. Dérivées partielles. Différentielle. Théorème de Schwarz.	Relier la différentielle et les dérivées partielles premières. Utiliser le théorème de Schwarz (admis).
Intégration de l'expression d'une dérivée partielle.	Intégrer une expression de la forme $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = g(x,y)$ à y fixé en introduisant une fonction $\phi(y)$ inconnue comme « constante d'intégration ».
2. Analyse vectorielle	
a) gradient	Relier le gradient à la différentielle d'un champ scalaire à t fixé. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes.
b) divergence	Citer et utiliser le théorème d'Ostrogradski. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
c) rotationnel	Citer et utiliser le théorème de Stokes. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
d) laplacien d'un champ scalaire	Définir $\Delta f = \mathrm{div}(\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
e) laplacien d'un champ de vecteurs	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes.
f) cas des champs proportionnels à $e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$ ou $e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)}$	Exprimer l'action des opérateurs d'analyse vectorielle sur un tel champ à l'aide du vecteur $i\vec{k}$.

3. Analyse de Fourier	
Synthèse spectrale d'une fonction périodique.	Utiliser un développement en série de Fourier fourni. Utiliser un raisonnement par superposition.
Synthèse spectrale d'une fonction non périodique.	Utiliser un raisonnement par superposition. Citer et utiliser la relation liant en ordre de grandeur la largeur spectrale Δf et la durée caractéristique Δt d'un signal non périodique.
4. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert.	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution familière dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites

Appendice 3 : outils transversaux

La liste suivante explicite un certain nombre d'outils transversaux dont la maîtrise est indispensable au physicien. Leur apprentissage progressif et conceptualisé doit amener les étudiants au bout des deux années de CPGE à en faire usage spontanément quel que soit le contexte. S'agissant de l'analyse dimensionnelle, il convient d'éviter tout dogmatisme : en particulier la présentation de la dimension d'une grandeur par le biais de son unité dans le système international est autorisé. S'agissant de la recherche d'une expression par analyse dimensionnelle, il ne s'agit en aucun cas d'en faire un exercice de style : en particulier le théorème Pi de Buckingham est hors programme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Analyse de pertinence	
Homogénéité d'une expression.	Contrôler l'homogénéité d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère scalaire ou vectoriel des grandeurs mises en jeu.
Caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs physiques présentes dans une expression.	Contrôler la compatibilité d'une expression avec le caractère infinitésimal ou non infinitésimal des grandeurs mises en jeu.
Sens de variation d'une expression par rapport à un paramètre.	Interpréter qualitativement et en faire un test de pertinence.
Limites d'une expression pour des valeurs nulles ou infinies des paramètres.	Tester les limites d'une expression. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Nullité d'une expression.	Repérer l'annulation d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Repérer la divergence d'une expression pour une valeur particulière d'un paramètre. Interpréter qualitativement ou en faire un test de pertinence. Proposer éventuelle des éléments non pris en compte dans le modèle susceptible de brider la divergence (frottements, non linéarités, etc.).

2. Calcul numérique	
Calcul numérique d'une expression.	Calculer sans outil l'ordre de grandeur (puissance de dix) d'une expression simple. Afficher un résultat numérique avec un nombre de chiffres significatifs cohérent avec les données et une unité correcte dans le cas d'un résultat dimensionné. Commenter un résultat numérique (justification d'une approximation, comparaisons à des valeurs de référence bien choisies, etc.). En faire un test de pertinence.
3. Outils de communication	
Tableaux de données numériques simples.	Transformer un tableau de données numériques en représentation graphique. Renseigner correctement les axes.
Exploitation d'une représentation graphique.	Repérer les comportements intéressants dans le contexte donné : monotonie, extrema, branches infinies, signes. Interpréter le caractère localement rectiligne selon que l'on travaille en échelles linéaire, semi-logarithmique, ou log-log.
Schémas et figures.	Transposer un texte en une figure schématisant les éléments essentiels. Élaborer une courte synthèse à partir de plusieurs éléments graphiques : tableaux, schémas, courbes…
4. Analyse dimensionnelle	
Dimension d'une expression.	Déterminer la dimension d'une expression, notamment par référence à des expressions connues.
Recherche d'une expression de type monôme par analyse dimensionnelle.	Déterminer les exposants d'une expression de type monôme $E = A^{\alpha} B^{\beta} C^{\chi}$ par analyse dimensionnelle.
5. Analyse d'ordre de grandeur	
Comparaison en ordre de grandeur des différents termes d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles.	À partir d'une mise en évidence des échelles pertinentes d'un problème, évaluer et comparer l'ordre de grandeur des différents termes d'une équation afin de la simplifier en conséquence.