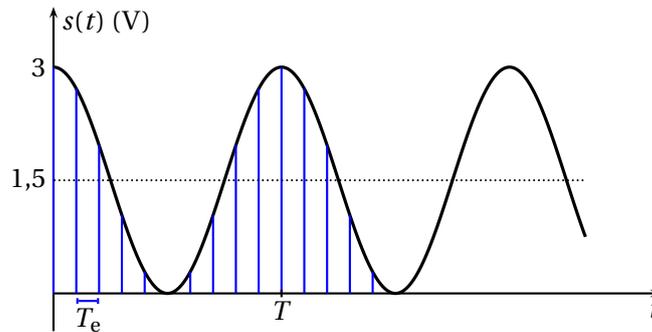


Partie I — Dictée d'un message : principe de l'échantillonnage

1 Échantillonnage par échantillonneur bloqueur

1. Le signal exprimé en volt a pour expression

$$s(t) = 1,5 + 1,5 \cos(2\pi f t).$$



Principe de l'échantillonnage : on récupère une suite de valeurs $s_n = s(nT_e)$.

2. À l'instant $t_n = nT_e$, le condensateur reste chargé à la tension s_n jusqu'à la mesure suivante. On dispose alors d'une tension $V_{\text{éch}}$ définie pour tout instant t , ce qui facilite son traitement ultérieur. C'est la principe du **bloqueur**.

3. On a $T_e = 1/f_e = 1 \text{ ms}$. On en déduit $\tau_p = \alpha T_e = 0,02 T_e$, d'où la durée d'un pic $\tau_p = 20 \mu\text{s}$.

4. On effectue bien 10 mesures du signal par période ($f_e = 10f$ ici). Le condensateur réalise le blocage, que l'on visualise par les paliers du signal $V_{\text{éch}}(t)$.

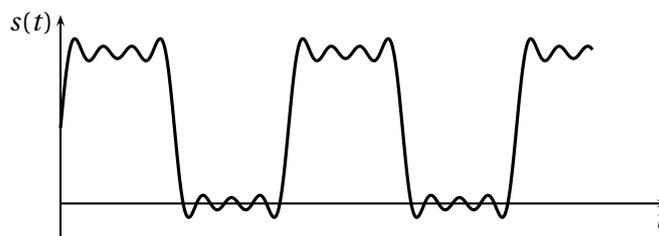
5. Le spectre du signal échantillonné est périodique, de période f_e . Sur $[0, f_e]$, pour toute fréquence f du signal initial, il fait apparaître les fréquences f et $f_e - f$. On peut ainsi identifier les différents pics observés :

pic	1	2	3	4	5	6	7
fréquence (Hz)	100	900	1100	1900	2100	2900	3100
identification pic	f	$f_e - f$	$f_e + f$	$2f_e - f$	$2f_e + f$	$3f_e - f$	$3f_e + f$

6. En se limitant à $k = 3$, on considère le signal

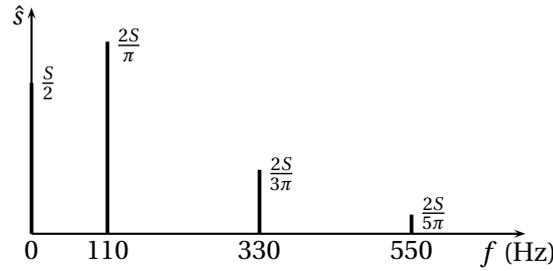
$$s(t) = \frac{S}{2} + \frac{2S}{\pi} \left[\sin(2\pi f t) + \frac{\sin(2\pi 3 f t)}{3} + \frac{\sin(2\pi 5 f t)}{5} + \frac{\sin(2\pi 7 f t)}{7} \right].$$

On trace le graphe à la calculatrice :



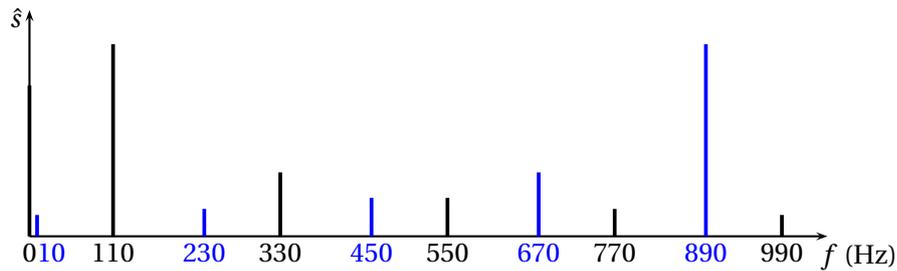
On reconnaît un signal créneau (avec une composante continue).

Specre du signal :



7. Sur l'intervalle $[0, f_e]$, on observe les pics aux fréquences $f_n = nf$ du signal, soit 110 Hz, 330 Hz, 550 Hz, 770 Hz et 990 Hz, ainsi qu'aux harmoniques « repliées » $f_e - nf$, soit $1000 - 990 = 10$ Hz, $1000 - 770 = 230$ Hz, $1000 - 550 = 450$ Hz, $1000 - 330 = 670$ Hz et $1000 - 110 = 890$ Hz.

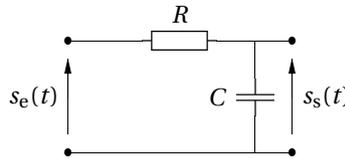
Les pics des harmoniques repliées sont indiquées en bleu sur le graphe.



8. On voit apparaître le phénomène de repliement de spectre, pour toutes les harmoniques de fréquence $f > f_e/2$. La retranscription du signal est correcte s'il n'est constitué que de fréquences $f < \frac{f_e}{2}$; c'est le critère de Shannon.

2 Filtrage numérique du bruit ambiant

9. Filtre passe-bas du premier ordre :



10. La fonction de transfert est $\underline{H}(j\omega) = \frac{S_s}{S_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$, soit

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad H_0 = 1 \quad \text{et} \quad \omega_c = \frac{1}{RC}.$$

11. On a donc $\underline{s}_s + \frac{j\omega}{\omega_c} \underline{s}_s = \underline{s}_e$, soit $\frac{1}{\omega_c} \frac{ds_s(t)}{dt} + s_s(t) = s_e(t)$.

On a donc l'équation différentielle

$$\tau \frac{ds_s(t)}{dt} + s_s(t) = s_e(t) \quad \text{et} \quad \tau = \frac{1}{\omega_c}.$$

12. Avantages :

- on peut facilement modifier les paramètres du filtre sans avoir à modifier un montage électrique;
- on peut associer des filtres en cascade sans se soucier de leur modification (impédance d'entrée non infinie par exemple; deux filtres RC en cascade ne donnent pas la fonction de transfert \underline{H}^2).

Inconvénient : on est limité par la fréquence d'échantillonnage et la conversion analogique/numérique.

Citer deux avantages d'une telle technique de filtrage vis-à-vis d'un filtre analogique. Citer l'inconvénient majeur du filtrage numérique.

13. En développant au premier ordre, on a

$$s_s(t_n + T_e) = s_s(t_n) + T_e \frac{ds_s(t)}{dt}(t_n),$$

soit

$$S_s[n+1] = S_s[n] + T_e \frac{ds_s}{dt}(t_n).$$

On a donc

$$\frac{ds_s}{dt}(t_n) = \frac{S_s[n+1] - S_s[n]}{T_e}.$$

14. L'équation différentielle peut s'écrire à l'instant t_{n-1} :

$$\frac{\tau}{T_e} (S_s[n] - S_s[n-1]) + S_s[n] = S_e[n-1]$$

d'où la récurrence

$$S_s[n] = \left(1 - \frac{T_e}{\tau}\right) S_s[n-1] + \frac{T_e}{\tau} S_e[n-1].$$

15. Pour pouvoir calculer tous les $S_s[n]$, il faut se donner $S_s[0]$.

16. Les cris des enfants modifient le spectre au-delà de 2000 Hz (une voie d'enfant est aigüe!).

On peut les supprimer en utilisant un filtre passe-bas de fréquence de coupure $f_c = 2 \text{ kHz}$.

17. On a

$$\tau = \frac{1}{\omega_c} = \frac{1}{2\pi f_c}.$$

```
import numpy as np
import scipy.io.wavfile

fe, Se =scipy.io.wavfile.read('dictee.wav")

fc = 2000

A = 2*np.pi*fc/fe

Ss = [0]

N = len(Se)

for i in range(N-1):
    Ss.append((1-A)*Ss[i]+A*Se[i])
```

Partie II — Communications

1 Communications radio, modulation d'amplitude

1. L'enveloppe supérieure varie de $U[1+m] = 7\text{ V}$ à $U[1-m] = 3\text{ V}$.

On a donc $\frac{1-m}{1+m} = \frac{3}{7}$, d'où $10m = 4$.

Le taux de modulation vaut $m = 0,4$.

La période de l'enveloppe supérieure donne la période du signal modulant, soit $T_0 = 0,006\text{ s}$. La fréquence correspondante est alors $f_0 = 1,7 \times 10^2\text{ Hz}$.

On mesure $19T_p = 0,012\text{ s}$, d'où $f_p = 1,6\text{ kHz}$.

Démodulation par détection synchrone

2. Comme $ku(t)e_p(t)$ à la dimension d'une tension, k s'exprime en V.

Usuellement, $k = 0,1\text{ V}^{-1}$.

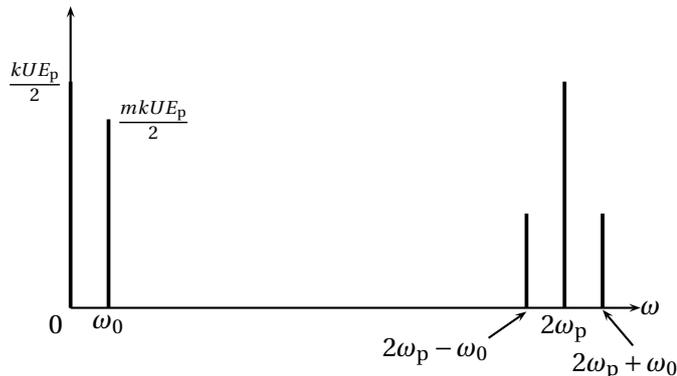
3. À la sortie du multiplieur la tension vaut

$$\begin{aligned} s_m(t) &= kUE_p [1 + m \cos(\omega_0 t)] \cos^2(\omega_p t) \\ &= kUE_p [1 + m \cos(\omega_0 t)] \frac{1 + \cos(2\omega_p t)}{2} \\ &= \frac{kUE_p}{2} [1 + \cos(2\omega_p t) + m \cos(\omega_0 t) \\ &\quad + m \cos(\omega_0 t) \cos(2\omega_p t)] \end{aligned}$$

soit

$$\begin{aligned} s_m(t) &= \frac{kUE_p}{2} [1 + m \cos(\omega_0 t) + \cos(2\omega_p t) \\ &\quad + \frac{m}{2} \cos[(2\omega_p - \omega_0)t] + \frac{m}{2} \cos[(2\omega_p + \omega_0)t]] \end{aligned}$$

Représentons son spectre :



4. Pour retrouver le signal informatif $s_{\text{inf}}(t)$, de pulsation ω_0 , il faut :

- utiliser un filtre passe-bas de pulsation de coupure $0 \ll \omega_c \ll \omega_p$ qui élimine les 3 composantes de haute fréquences;
- supprimer la composante continue pour ne conserver que la pulsation ω_0 .

2 Communication radio, modulation de fréquence

Étude du soustracteur

5. La rétroaction s'effectuant sur l'entrée inverseuse de l'ALI, ce montage est potentiellement stable.

6. Les résistances R_3 et R_4 étant traversées par la même intensité, la relation du pont diviseur de tension permet d'écrire

$$V_+(t) = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_d(t).$$

Les résistances R_1 et R_2 étant traversées par la même intensité, la relation du pont diviseur de tension permet d'écrire

$$V_-(t) - V_s(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (V_m(t) - V_s(t))$$

soit

$$\begin{aligned} V_-(t) &= \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) V_s(t) + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_m(t) \\ &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s(t) + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_m(t). \end{aligned}$$

L'ALI fonctionnant en régime linéaire, on a $V_+(t) = V_-(t)$, soit

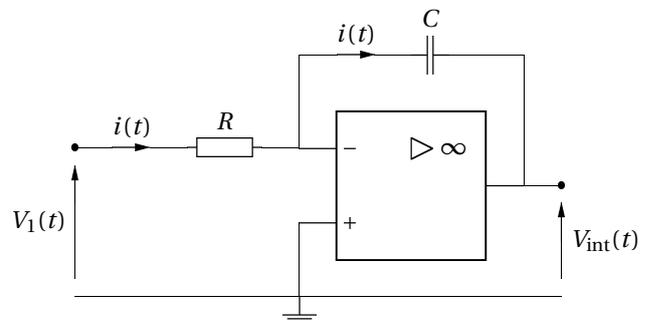
$$\frac{R_4}{R_3 + R_4} V_d(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s(t) + \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_m(t).$$

Si $R_1 = R_2$ et $R_3 = R_4$, la relation précédente s'écrit

$$V_s(t) = V_d(t) - V_m(t).$$

Étude de l'intégrateur

7. Considérons le montage



L'ALI fonctionnant en régime linéaire, on a $V_- = 0$.

On a donc d'un part $V_- = RI$ et d'autre part

$$V_{\text{int}} = -\frac{1}{jC\omega} I,$$

d'où

$$\underline{V}_{\text{int}} = -\frac{1}{jRC\omega} \underline{V}_1.$$

On en déduit sur les tensions réelles la relation

$$V_1(t) = -RC \frac{dV_{\text{int}}(t)}{dt}.$$

La tension $V_{\text{int}}(t)$ est donc l'intégrale de la tension $V_1(t)$; le montage fonctionne en intégrateur :

$$V_{\text{int}}(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_1(t') dt' + V_{\text{int}}(0).$$

Étude du montage global

8. La tension à la sortie de l'intégrateur est

$$V_{\text{int}} = -\frac{V_{1m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t).$$

La tension à la sortie du multiplieur est donc

$$V_m(t) = -\frac{kV_{1m}V_{2m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t).$$

La tension à la sortie du déphaseur est

$$V_d(t) = V_{2m} \cos\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}\right) = V_{2m} \sin(\omega_2 t).$$

On en déduit la tension à la sortie du soustracteur :

$$\begin{aligned} V_s(t) &= V_d(t) - V_m(t) \\ &= V_{2m} \sin(\omega_2 t) + \frac{kV_{1m}V_{2m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t). \end{aligned}$$

Cette expression est de la forme

$$a \cos \theta + b \sin \theta$$

avec

$$a = \frac{kV_{1m}V_{2m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t), \quad b = V_{2m} \quad \text{et} \quad \theta = \omega_2 t.$$

D'après le formulaire fourni, on peut donc écrire

$$V_d(t) = \sqrt{V_{2m}^2 + \frac{k^2 V_{1m}^2 V_{2m}^2}{R^2 C^2 \omega_1^2} \sin^2(\omega_1 t)} \sin[\omega_2 t + \varphi(t)]$$

soit

$$V_s(t) = V_{2m} \sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2(\omega_1 t)} \sin[\omega_2 t + \varphi(t)]$$

avec

$$\varepsilon = \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1}$$

et

$$\tan[\varphi(t)] = \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t).$$

9. Quand $\varepsilon \ll 1$, on peut approximer

$$\sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2(\omega_1 t)} \approx 1$$

et quand $|\varphi(t)| \ll 1$ on peut approximer

$$\frac{kV_{1m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t) = \tan \varphi \approx \varphi.$$

On a donc

$$V_d(t) = V_{2m} \sin\left[\omega_2 t + \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t)\right].$$

La tension de sortie est donc de la forme

$$V_s(t) = V_{2m} \sin[\omega_2 t + m \sin(\omega_1 t)] = V_{2m} \sin[\psi(t)]$$

avec

$$m = \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1}.$$

10. Avec

$$\psi(t) = \omega_2 t + \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t)$$

on calcule la pulsation instantanée

$$\Omega(t) = \omega_2 + \frac{kV_{1m} \cos(\omega_1 t)}{RC}$$

soit

$$\Omega(t) = \omega_2 + \frac{k}{RC} V_1(t).$$

La pulsation instantanée du signal modulé est fonction affine du signal modulant : de la justifie la démodulation de modulation de fréquence.

Partie III - Combustion du bois

1. Notons CH_xO_y la formule brute du bois.

La masse molaire de ce composé est

$$M = M_C + xM_H + yM_O = 6 + x + 8y.$$

La fraction massique en carbone est donnée par

$$w_C = \frac{12}{12 + x + 16y} = 0,5.$$

La fraction massique en hydrogène s'écrit

$$w_H = \frac{x}{12 + x + 16y} = 0,06.$$

En faisant le rapport de ces deux égalités, on a

$$\frac{x}{12} = \frac{0,06}{0,5}$$

d'où

$$x = 12 \times \frac{0,06}{0,5} = 1,44.$$

La fraction massique en oxygène s'écrit

$$w_O = \frac{16y}{12 + x + 16y} = 0,44.$$

On obtient de même

$$\frac{16y}{12} = \frac{0,44}{0,5}$$

d'où

$$y = \frac{12 \cdot 0,44}{16 \cdot 0,5} = 0,66.$$

La formule brute du bois s'écrit donc bien



2. On équilibre la réaction de combustion du bois :



3. Si n est la quantité en mole de bois dans 1 kg, la variation d'enthalpie lors de la combustion d'un kilogramme de bois est

$$\Delta H = n\Delta_r H.$$

La réaction étant exothermique, on a $\Delta_r H < 0$; l'énergie dégagée par unité de masse vaut donc

$$\text{PCI} = -\frac{\Delta_r H}{m},$$

pour une masse $m = nM_{\text{bois}}$ (n moles).

La masse molaire du bois est

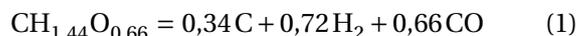
$$M_{\text{bois}} = 12 + 1,44 + 0,66 \times 16 = 24 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

On a donc

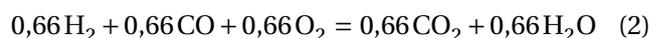
$$\Delta_r H = -\text{PCI} \times M_{\text{bois}} = -19 \times 10^6 \times \frac{24}{1000}$$

soit $\Delta_r H = -456 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

4. Dans la phase de pyrolyse, le bois se décompose sous l'effet de la chaleur pour donner H_2 et CO gazeux, ainsi qu'un reste de carbone (le « résidu carboné »); équilibrons la réaction de pyrolyse :



À l'issue de la pyrolyse, on observe la combustion des gaz de pyrolyse en présence de O_2 pour donner CO_2 et H_2O gazeux; équilibrons la réaction correspondante pour la même quantité de CO :



L'enthalpie standard de réaction de combustion des gaz de pyrolyse s'écrit (loi de Hess)

$$\begin{aligned} \Delta_r H_2^\circ &= 0,66\Delta_f H^\circ(\text{CO}_2) + 0,66\Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) - 0,66\Delta_f H^\circ(\text{CO}) \\ &= 0,66 \times (-393,5) + 0,66 \times (-241,8) - 0,66 \times (-110,6) \end{aligned}$$

soit $\Delta_r H_2^\circ = -346 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

La combustion d'une mole de bois libère une énergie de 456 kJ; l'étape de combustion des gaz de pyrolyse libère 346 kJ. On constate qu'environ 80 % de l'énergie libérée lors de la combustion du bois provient de la combustion des gaz de pyrolyse.

5. La capacité thermique des gaz issus de la combustion d'un kilogramme de bois est négligeable devant la capacité thermique $C = 6,0 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ de la pièce. Il suffit alors d'appliquer le premier principe à la pièce :

$$\Delta H = C(T_f - T_i)$$

où $\Delta H = \text{PCI}$ pour $m = 1 \text{ kg}$ de bois. On a donc

$$T_f = T_i + \frac{\text{PCI}}{C} = 20 + \frac{19 \times 10^6}{6 \times 10^5}$$

soit $T_f = 52 \text{ }^\circ\text{C}$.

Cette valeur ne suffit pas pour déclencher la combustion des objets présents dans la pièce.

► Cette valeur semble très élevée si l'on considère le chauffage de la pièce avec une bûche de 1 kg, mais dans une situation réelle de chauffage, la pièce n'est pas fermée pour assurer l'évacuation des fumées et gaz de combustion, et la majorité de l'énergie libérée sort par la cheminée!