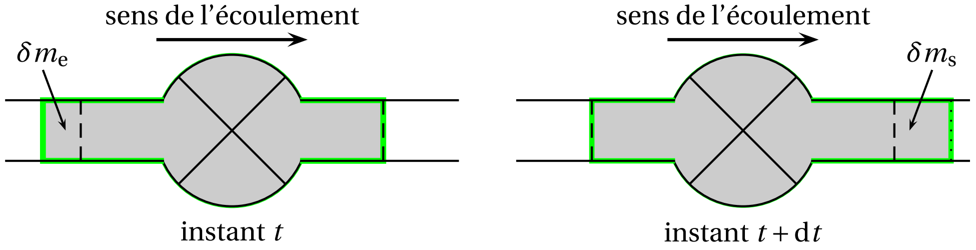
## Méthode d'étude d'un système ouvert

On considère un système ouvert $\Sigma$, traversé par un écoulement unidimensionnel : les grandeurs intensives sont uniformes sur la section d'entrée (repérées alors par l'indice « e ») et sur la section de sortie (repérées alors par l'indice « s »). On considère l'écoulement stationnaire.
Le système fermé associé $\Sigma^*$ est construit à partir du système ouvert $\Sigma$, on lui ajoutant :

— à l'instant $t$ la masse $\delta m_\mathrm{e}$ qui entre dans $\Sigma$ entre $t$ et $t+\mathrm{d}t$ ;

— à l'instant $t+\mathrm{d}t$ la masse $\delta m_\mathrm{s}$ qui sort de $\Sigma$ entre $t$ et $t+\mathrm{d}t$.




➤ En régime stationnaire, on a $\boxed{\delta m_\mathrm{e} = \delta m_\mathrm{s} = D_\mathrm{m}\,\mathrm{d}t}$, où $D_\mathrm{m}$ est le débit massique traversant le système.

## Premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire

Le premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire s'écrit

$$\Delta h + \Delta e_\mathrm{c} + \Delta(gz) = w_\mathrm{u} + q\,,$$

où où $h$ est l'enthalpie massique, $e_\mathrm{c}$ l'énergie cinétique massique, $Oz$ la verticale ascendante, $w_\mathrm{u}$ le travail utile massique reçue et $q$ le transfert thermique utile massique reçu.

➤ Les termes de cette équations sont en $\mathrm{J\cdot kg^{-1}}$.

➤ $\Delta h = h_\mathrm{s} - h_\mathrm{e}$ représente la variation d'enthalpie massique entre l'entrée et la sortie du système ouvert (de même pour $\Delta e_\mathrm{c}$ et $\Delta(gz)$).

➤ $w_\mathrm{u}$ et $q$ sont le travail et le transfert thermique par unité de masse de fluide traversant le système.

➤ il y a un travail utile échangé s'il le système comporte des parties mécaniques mobiles (pompe, compresseur, turbine).

En therme de puissance le premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire s'écrit

$$D_\mathrm{m}\left[\Delta h + \Delta e_\mathrm{c} + \Delta(gz)\right] = \mathcal{P}_\mathrm{u} + \mathcal{P}_\mathrm{th}$$

où $\mathcal{P}_\mathrm{u}$ est la puissance utile et $\mathcal{P}_\mathrm{th}$ la puissance thermique reçues.

## Second principe pour un système ouvert en régime stationnaire

Le second principe pour un système ouvert en régime stationnaire s'écrit

$$\Delta s = s_\text{reçu} + s_\text{créé}\,.$$

➤ Dans le cas d'une évolution adiabatique, on a $s_\text{reçu} = 0$.

➤ Dans le cas d'une évolution réversible, on a $s_\text{créé} = 0$.

## Diagramme enthalpique (dit diagramme des frigoristes)

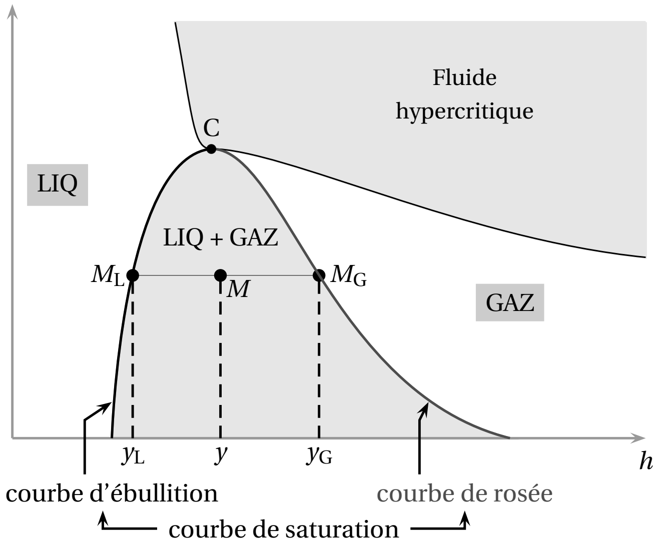
On représente l'ensemble des états du fluide sur un diagramme plan, la pression $P$ étant en ordonnée et l'enthalpie massique $h$ en abscisse.

- La pression est usuellement représentée en échelle logarithmique.

La courbe de saturation délimite la zone du diagramme dans laquelle le fluide est diphasé (liquide + vapeur) : elle est constituée de la courbe d'ébullition et de la courbe de rosée, qui se rejoignent au point critique C.

- Que ce soit $P$ ou $T$ qui est représentée en ordonnée, tout segment horizontal $M_L M_G$ dans la zone diphasée est à la fois une isotherme et une isobare.
- Le titre massique en vapeur dans la zone diphasée est donné par la **règle des moments** :

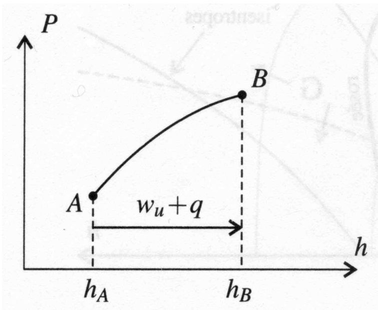
$$\boxed{x = \frac{h(M) - h_L}{h_G - h_L} = \frac{M_L M}{M_L M_G}}\,.$$




Entre les points $A$ et $B$ à l'entrée et à la sortie du système, la différence des abscisses donne directement la somme du travail utile massique $w_u$ et du transfert thermique massique $q$ reçu par le fluide :

$$h_B - h_A = w_u + q\,.$$

- Une détente isenthalpique (Joule-Thomson) dans un détendeur est représentée par un segment vertical descendant.




## Relation de Bernoulli

### Hypothèses

On considère un écoulement **parfait**, **stationnaire**, **incompressible** et **homogène**.

- Un écoulement est parfait si on néglige tous les phénomènes diffusifs : viscosité, échanges thermiques. L'évolution du fluide est donc isentropique (adiabatique réversible).
- À nombre de Reynolds élevé, on peut considérer un écoulement parfait en se plaçant en dehors de la couche limite.

Dans un référentiel galiléen, pour un écoulement parfait stationnaire, incompressible et homogène d'un fluide soumis uniquement aux forces de pression et de pesanteur, la relation de Bernoulli s'écrit

$$\frac{P}{\mu} + \frac{v^2}{2} + gz = C(\mathcal{L})$$

constante le long d'une ligne de courant $\mathcal{L}$, où $Oz$ est la verticale ascendante.

### Applications de la relation de Bernoulli

#### Écoulement unidimensionnel uniforme

Si le champ des vitesses est uniforme $\vec{v} = V_0\,\vec{e}_x$, la répartition de pression au sein du fluide est régie par l'hydrostatique :

$$P(z) + \mu g z = \text{cte}\,.$$

- Dans le cas d'une conduite horizontale de section constante, on néglige usuellement l'effet de la pesanteur : on considère la pression constante en tout point de la conduite.

### Effet Venturi

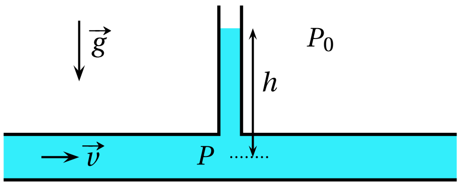
Dans une conduite horizontale, on a $\frac{P}{\mu} + \frac{v^2}{2} = \text{cte}$. Si la conduite est de section variable, la conservation du débit volumique s'écrit $D_\mathrm{v} = Sv$ : si la section diminue, la vitesse augmente et la pression diminue.

Dans une conduite de section variable, les zones de faibles section, donc de grande vitesse, sont des zones de faible pression.

### Prise de pression statique

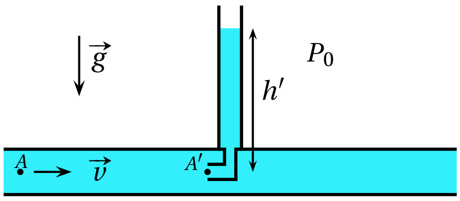
Une prise de section statique consiste en un tube placé verticalement sur la paroi d'un conduite. On observe une montée du liquide dans le tube jusqu'à une hauteur $h$, reliée à la pression dans la conduite par

$$h = \frac{P - P_0}{\mu g}.$$




### Prise de pression dynamique

Une prise de section dynamique consiste en un tube placé verticalement sur la paroi d'un conduite, dont l'orifice d'entrée fait face à l'écoulement. Le point $A'$ est un point d'arrêt : $v_{A'} = 0$. Bernoulli : $P_{A'} = P + \mu\frac{v^2}{2}$, où $P$ est la pression dans la conduite (en $A$).
Avec $P_{A'} = P_0 + \mu g h'$ on a $h' = \frac{P - P_0}{\mu g} + \frac{v^2}{2g}$




## Bilan macroscopique d'énergie mécanique

Pour un système ouvert en écoulement stationnaire et incompressible, le théorème de l'énergie mécanique peut s'écrire sous la forme

$$D_\mathrm{m}\left[\left(\frac{P_\mathrm{s}}{\mu} + \frac{v_\mathrm{s}^2}{2} + gz_\mathrm{s}\right) - \left(\frac{P_\mathrm{e}}{\mu} + \frac{v_\mathrm{e}^2}{2} + gz_\mathrm{e}\right)\right] = \mathcal{P}_\mathrm{u} + \mathcal{P}_\mathrm{visc},$$

ou en terme de travail par unité de masse traversante

$$\left(\frac{P_\mathrm{s}}{\mu} + \frac{v_\mathrm{s}^2}{2} + gz_\mathrm{s}\right) - \left(\frac{P_\mathrm{e}}{\mu} + \frac{v_\mathrm{e}^2}{2} + gz_\mathrm{e}\right) = w_\mathrm{u} + w_\mathrm{visc}.$$

Cette forme est appelée **relation de Bernoulli généralisée**.

- **Pour un écoulement parfait et incompressible on a $\mathcal{P}_\mathrm{visc} = 0$.**
- La puissance des forces visqueuses sur une paroi immobile est nulle (vitesse nulle).
- On a $\mathcal{P}_\mathrm{u} > 0$ pour une pompe, et $\mathcal{P}_\mathrm{u} < 0$ pour une turbine.

## Bilans dynamiques

### Bilan de quantité de mouvement

Étant donné un système fermé $\mathscr{S}$, le théorème de la résultante cinétique s'écrit

$$\frac{\overrightarrow{P}(t+\mathrm{d}t)-\overrightarrow{P}(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{P}}{\mathrm{d}t}=\overrightarrow{F}_{\text{ext}}$$

où $\overrightarrow{F}_{\text{ext}}$ est la résultante des forces **extérieures** s'appliquant sur le système, $\overrightarrow{P}(t)$ sa quantité de mouvement à l'instant $t$ et $\overrightarrow{P}(t+\mathrm{d}t)$ à l'instant $t+\mathrm{d}t$.

- Seules les actions extérieures interviennent. On peut éliminer une action inconnue en définissant un système qui la rend intérieure.
- La résultante des forces de pression uniforme sur une surface fermée est nulle : $-\oiint_{M\in\Sigma} p_0\,\mathrm{d}\overrightarrow{S}_M=\overrightarrow{0}$.
- On considère la pression atmosphérique comme uniforme sur des dimensions « à taille humaine ».

### Bilan de moment cinétique

Le taux de variation du moment cinétique du système fermé vérifie le **théorème du moment cinétique** :

$$\frac{\overrightarrow{L}_O(t+\mathrm{d}t)-\overrightarrow{L}_O(t)}{\mathrm{d}t}=\overrightarrow{\mathscr{M}}_{\text{ext}}(O)$$

où $O$ est un point fixe dans le référentiel d'étude.

- Seules les actions extérieures interviennent. On peut éliminer une action inconnue en définissant un système qui la rende intérieure.
- Le moment résultant en un point $O$ des forces de pression uniforme sur une surface fermée est nul.

### Annexe : diagramme des frigoristes du fluide R134a