

## Partie I — Aspects aérodynamiques d'une automobile

□ 1 — L'écoulement est turbulent dans le sillage, laminaire en dehors :



Le  $C_x$  dépend principalement :

- du nombre de Reynolds de l'écoulement ;
- de la forme du véhicule.

□ 2 — Considérons comme système la voiture, dans le référentiel terrestre supposé galiléen. La voiture est soumise :

- à la réaction du sol qui ne travaille pas ;
- à la réaction de l'air représentée par la traînée  $F_x$ , opposée à la vitesse  $\vec{v}$  (travail résistant) ;

Le théorème de la puissance cinétique s'écrit

$$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{\text{ext}} + \mathcal{P}_{\text{int}}.$$

La voiture se déplaçant à la vitesse  $v_{\text{max}}$  constante, on a  $\frac{dE_c}{dt} = 0$ .

Le moteur développe la puissance  $\mathcal{P}_{\text{int}} = P$ . On en déduit

$$0 = -F_x v_{\text{max}} + P$$

soit

$$0 = -\frac{1}{2} S C_x \rho_0 v_{\text{max}}^3 + P.$$

On en déduit

$$v_{\text{max}} = \left( \frac{2P}{S C_x \rho_0} \right)^{1/3}.$$

On trouve  $v_{\text{max}} = 50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , soit  $v_{\text{max}} = 180 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

Cette valeur est tout à fait réaliste pour une voiture usuelle.

□ 3 — L'énergie dégagée par la combustion du carburant est proportionnelle à la quantité de carburant, c'est-à-dire à son volume.

Cette énergie est convertie en énergie cinétique, proportionnelle à  $V^2$ . Le volume de carburant consommé est donc proportionnel à  $V^2$  ; on a donc  $x = 2$ .

□ 4 — Construisons le système fermé  $\Sigma$  défini ainsi :

- $\Sigma(t)$  comprend la masse  $m^*$  de fluide comprise entre  $AB$  et  $CD$  (système ouvert  $\Sigma^*$ ), ainsi que la masse  $dm_1$  ;
- $\Sigma(t+dt)$  comprend la masse  $m^*$  de fluide comprise entre  $AB$  et  $CD$  (système ouvert  $\Sigma^*$ ), ainsi que la masse  $dm_2$ .

Le système  $\Sigma$  étant fermé par construction, on a  $m(t) = m(t+dt)$ . On a  $m(t) = dm_1 + m^*$  et  $m(t+dt) = m^* + dm_2$  car le système ouvert  $\Sigma^*$  est en écoulement stationnaire, donc possède une masse constante.

On en déduit  $dm_1 = dm_2$ .

L'écoulement étant incompressible, on a

$$dm_1 = \rho S_e v_1 dt \quad \text{et} \quad dm_2 = \rho S_e v_2 dt.$$

On en déduit  $v_1 = v_2$ .

□ 5 — La quantité de mouvement du système fermé s'écrit, en notant  $\vec{P}^*$  la quantité de mouvement constante du fluide compris entre les sections  $AB$  et  $CD$  (écoulement stationnaire) :

$$\vec{P}(t) = \vec{P}^* + dm_1 \vec{v}_1$$

et

$$\vec{P}(t+dt) = \vec{P}^* + dm_2 \vec{v}_2.$$

Avec  $dm_1 = dm_2 = \rho_0 S_e v_1 dt$ , on en déduit

$$\vec{P}(t+dt) - \vec{P}(t) = \rho_0 S_e v_1 dt (\vec{v}_2 - \vec{v}_1),$$

d'où

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \rho_0 S_e v_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1).$$

Le principe de la résultante cinétique s'écrit

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{\text{ext}}.$$

On en déduit la force exercée sur le tube de courant :

$$\vec{F}_{\text{ext}} = \rho_0 S_e v_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1).$$

□ 6 — Comme  $\vec{F}_{\text{air} \rightarrow \text{véhicule}} = -\vec{F}_{\text{ext}}$ , on a

$$\vec{F}_{\text{air} \rightarrow \text{véhicule}} = -\rho_0 S_e v_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1).$$

On a

$$\vec{v}_1 = v_1 \cos \alpha \vec{e}_x - v_1 \sin \alpha \vec{e}_y$$

et, comme  $v_2 = v_1$

$$\vec{v}_2 = v_1 \cos \alpha \vec{e}_x + v_1 \sin \alpha \vec{e}_y.$$

On en déduit la composante perpendiculaire à la route, c'est-à-dire selon  $\vec{e}_y$ , de la force exercée par l'air sur le véhicule :

$$F_{\perp, \text{air} \rightarrow \text{véhicule}} = -\rho_0 S_e v_1^2 (\sin \beta + \sin \alpha).$$

Compte tenu de  $0 < \alpha < \pi/2$  et  $0 < \beta < \pi/2$ , on constate que  $F_{\perp} < 0$  : **la force plaque la voiture au sol.**

On peut remarquer que cette force est d'autant plus intense que  $\beta$  est grand, c'est-à-dire que l'aileron est relevé.

## Partie II — Déversoir de pâte

### 1 — Modèle parfait

□ 1 — Relation de Bernoulli :

$$P + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2 = K,$$

constante le long d'une ligne de courant.

Hypothèses sur l'écoulement et le fluide :

- stationnaire;
- parfait;
- homogène;
- incompressible.

□ 2 — La conservation du débit volumique s'écrit

$$v_1(t) \pi R_1^2 = v_2(t) \pi R_2^2,$$

d'où

$$v_1(t) = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 v_2(t).$$

□ 3 — On applique la relation de Bernoulli entre les points 1 et 2 :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2.$$

On a  $P_1 = P_2 = P_0$ ,  $z_1(t) - z_2(t) = h_p(t)$ , d'où

$$g h_p(t) + \frac{v_1^2(t)}{2} = \frac{v_2^2(t)}{2},$$

soit

$$v_2^2(t) = v_1^2(t) \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4 + 2g h_p(t),$$

d'où

$$v_2(t) = \sqrt{\frac{2g h_p(t)}{1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4}}.$$

□ 4 — On a

$$v_2(t) = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 v_1(t) = -\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \frac{dh_p}{dt},$$

d'où

$$\frac{dh_p}{dt} = -\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \sqrt{\frac{2g h_p(t)}{1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4}} = \frac{1}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2} \sqrt{\frac{2g h_p(t)}{1 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4}},$$

soit

$$\frac{dh_p}{dt} = -\sqrt{\frac{2g h_p(t)}{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 - 1}}.$$

□ 5 — Séparation des variables et intégration :

$$\int_0^{\tau_p} dt = -\sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 - 1} \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_{h_0}^0 \frac{dh}{\sqrt{h}}$$

soit

$$\tau_p = \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 - 1} \frac{1}{\sqrt{2g}} 2\sqrt{h_0}.$$

On obtient bien

$$\tau_p = \sqrt{\frac{2h_0}{g} \left[ \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 - 1 \right]}.$$

□ 6 — On calcule  $\tau_p = 0,20 \text{ s}$ .

Cette valeur est nettement inférieure au temps mesuré expérimentalement : on ne peut pas considérer l'écoulement comme parfait, il faut prendre en compte la viscosité du fluide.

### 2 — Le modèle visqueux

□ 7 — En considérant la vitesse moyenne constante, on a en ordre de grandeur

$$v_m = \frac{h_0}{\tau_{\text{exp}}}$$

soit  $v_m = 4,0 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Le nombre de Reynolds associé à l'écoulement dans une conduite est défini par

$$\text{Re} = \frac{\rho v_m d}{\eta}.$$

On calcule  $\text{Re} = 0,3$ .

On a bien  $\text{Re} < 2 \times 10^3$ , la formule de Darcy-Weisbach est bien valide.

□ 8 — Relation de Bernoulli généralisée entre les points 1 et 2 :

$$\left( P_1 + \rho g z_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} \right) = \left( P_2 + \rho g z_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} \right) + \Delta P_c.$$

On a  $P_1 = P_2 = P_0$  et  $z_1 - z_2 = h_v(t)$ .

En négligeant le rétrécissement de section, on a  $v_1(t) = v_2(t)$ , d'où

$$\rho g h_v(t) = \Delta P_c = \Lambda \frac{\rho v_m^2}{2} \frac{h_v(t)}{d} = \frac{64\eta}{\rho d v_m} \frac{\rho v_m^2}{2} \frac{h_v(t)}{d}$$

d'où comme  $d = 2R_1$

$$\rho g = \frac{32\eta v_m}{d^2} = \frac{8\eta v_m}{R_1^2}.$$

Avec  $v_m = -dh_v/dt$ , on obtient

$$\frac{dh_v}{dt} = -\frac{\rho g R_1^2}{8\eta}.$$

□ 9 — Avec  $h_v(t=0) = h_0$ , on obtient la loi

$$h_v(t) = h_0 - \frac{\rho g R_1^2}{8\eta} t.$$

La durée totale de vidange est donnée par  $h(\tau_v) = 0$ , soit

$$\tau_v = \frac{8\eta h_0}{\rho g R_1^2}.$$

□ 10 — On calcule  $\tau_v = 1,3 \text{ s}$ , valeur tout à fait comparable à la valeur expérimentale.

Il reste cependant un écart de l'ordre de 10 %. On pourrait affiner la modélisation en prenant en compte le rétrécissement de la section, ce qui provoque une perte de charge supplémentaire (perte de charge singulière).

## Partie III — Prévention de la corrosion (extrait)

□ 1 — On calcule le nombre d'oxydation du fer dans les différentes espèces :

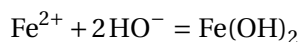
Fe	Fe <sup>2+</sup>	Fe <sup>3+</sup>	FeOOH	Fe(OH) <sub>2</sub>	HFeO <sub>2</sub> <sup>-</sup>
0	II	III	II	III	II

Les espèces sont ordonnées par domaine de potentiel croissant quand le nombre d'oxydation augmente dans le diagramme potentiel-pH.

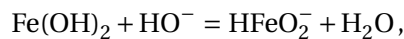
Pour le degré III, les cations Fe<sup>3+</sup> sont dans le domaine de pH le plus faible.

Pour le degré II, les cations Fe<sup>2+</sup> sont dans le domaine de pH le plus faible.

On peut écrire



et



ce qui permet de conclure que Fe(OH)<sub>2</sub> est la base du couple acide-base Fe<sup>2+</sup>/Fe(OH)<sub>2</sub> et que HFeO<sub>2</sub><sup>-</sup> est la base du couple acide-base Fe(OH)<sub>2</sub>/HFeO<sub>2</sub><sup>-</sup>, d'où le placement des bases vers les pH croissants.

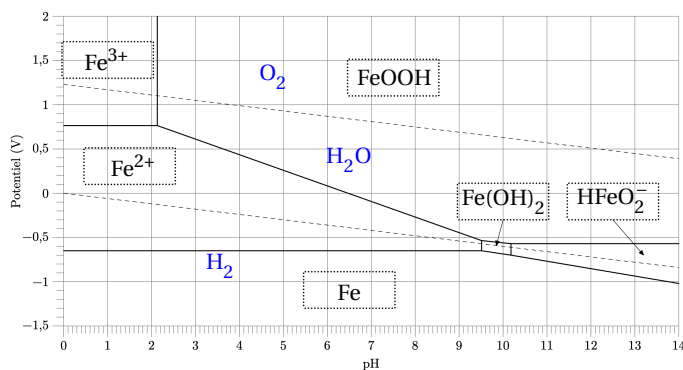


Figure A Diagramme potentiel-pH du fer

► La justification du positionnement n'était pas demandée.

1. On rappelle que  $pK_s = -\log K_s$

□ 2 — Loi de Nernst s'écrit

$$E = E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) + \frac{0,06}{2} \log \left( \frac{[\text{Fe}^{2+}]}{C_{\text{tra}}} \right).$$

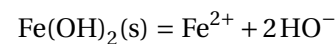
À la frontière entre l'espèce solide Fe(s) et l'espèce dissoute Fe<sup>2+</sup>(aq) on a  $[\text{Fe}^{2+}] = C_{\text{tra}}$ , d'où le potentiel à la frontière

$$E_{\text{fr}} = E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) + 0,03 \log C_{\text{tra}}.$$

On lit  $E_{\text{fr}} = -0,65 \text{ V}$ , d'où

$$E^\circ(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0,47 \text{ V}.$$

Considérant



on a

$$K_s = [\text{Fe}^{2+}][\text{HO}^-]^2$$

quand l'équilibre de précipitation est réalisé. C'est le cas à la frontière entre Fe<sup>2+</sup> et Fe(OH)<sub>2</sub>, avec

$$[\text{Fe}^{2+}] = C_{\text{tra}} \text{ et } \text{pH} = 9,5.$$

On a donc

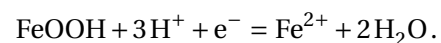
$$[\text{HO}^-]_{\text{fr}} = 10^{9,5-14} = 10^{-4,5},$$

d'où

$$K_s = C_{\text{tra}} \times (10^{-4,5})^2 = 10^{-6} \times 10^{-9}.$$

On en déduit<sup>1</sup>  $pK_s = 15$ .

□ 3 — Écrivons la réaction électrochimique entre Fe<sup>2+</sup> et FeOOH(s) :



La loi de Nernst s'écrit

$$\begin{aligned} E &= E^\circ(\text{FeOOH}(\text{s})/\text{Fe}^{2+}) + 0,06 \log \frac{[\text{H}^+]^3}{[\text{Fe}^{2+}](c^\circ)^2} \\ &= E^\circ(\text{FeOOH}(\text{s})/\text{Fe}^{2+}) - 0,18 \text{pH} + 0,06 \log \frac{1}{[\text{Fe}^{2+}](c^\circ)^2} \end{aligned}$$

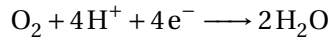
La concentration  $[\text{Fe}^{2+}] = C_{\text{tra}}$  est constante à la frontière.

La pente de la frontière entre Fe<sup>2+</sup> et FeOOH(s) est donc de  $-0,18 \text{ V/pH}$ .

□4 — On ajoute sur le document réponse les domaines de  $H_2O$ ,  $H_2$  et  $O_2$ .

La solution aqueuse étant saturée en dioxygène, on peut considérer  $O_2$  comme réactif présent de façon significative, pour donner  $FeOOH$  dont le domaine a une partie commune avec celui de  $O_2$  à  $pH = 7$ .

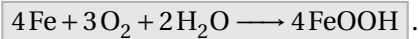
Les réactions électrochimiques sont



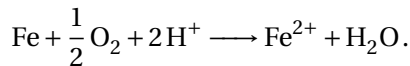
et



On élimine les électrons pour obtenir l'équation bilan. Après simplification on a

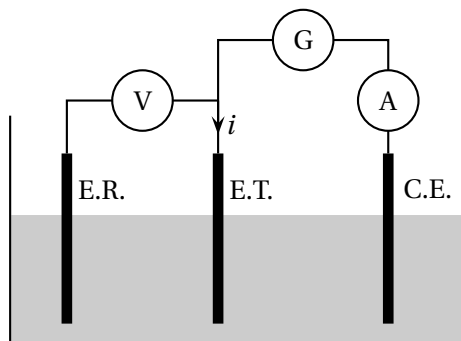


► Le domaine de  $Fe$  étant distinct de celui de  $H_2O$ , on peut aussi envisager l'oxydation du fer par l'eau, pour donner  $Fe^{2+}$  qui a une partie de son domaine en commun avec celui de l'eau à  $pH=7$ , selon



### 3 — Cinétique de la corrosion de l'acier

□5 — La courbe courant-potentiel peut s'enregistrer à l'aide du **montage à trois électrode** :



**G** : générateur

**A** : ampèremètre

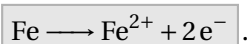
**V** : voltmètre

**E.T.** : électrode de travail (acier ici)

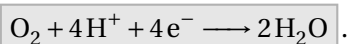
**C.E.** : contre électrode pour fermer le circuit (Pt)

**E.R.** : électrode de référence.

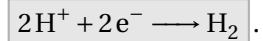
□6 — (a) : oxydation du fer en  $Fe^{2+}$  selon



(b) : réduction du dioxygène en  $2HO$  selon



(c) : réduction de l'eau en  $H_2$  (« mur du solvant ») selon



□7 — À  $pH = 8,2$ , le potentiel d'équilibre du couple  $H^+/H_2$  donné par la loi de Nernst

$$E_{\text{éq}} = 0 - 0,06pH = -0,49 \text{ V} .$$

La réaction de réduction de l'eau commence sur la courbe pour un potentiel mesuré

$$E_{\text{mes}} = -0,95 \text{ V} .$$

Le potentiel de l'électrode de référence est  $E_{\text{réf}} = 0,25 \text{ V}$ ; on a

$$E_{\text{mes}} = E - E_{\text{réf}} ,$$

donc le potentiel auquel la réduction commence vaut

$$E = E_{\text{mes}} + E_{\text{réf}} = -0,70 \text{ V} .$$

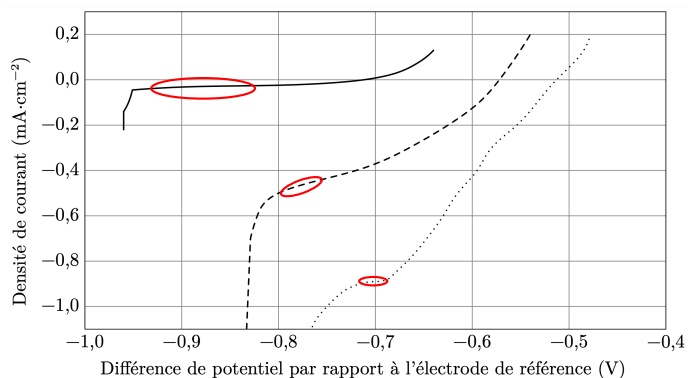
La surtension cathodique est donnée par

$$E = E_{\text{éq}} + \eta_c^{\circ} ,$$

d'où compte tenu de l'incertitude de lecture

$$\eta_c^{\circ} = -0,2 \text{ V} .$$

□8 — La limitation du courant liée à la cinétique du transport du dioxygène dissout dans l'eau se traduit par un palier à peu près horizontal, dans la partie  $i < 0$  (réduction).



□9 — Lorsque l'eau est immobile, le transport de  $O_2$  se fait par diffusion. Lorsque l'eau est en mouvement, le transport de  $O_2$  se fait aussi par convection, qui est plus efficace : cela explique que le courant limite du palier est plus élevé (en valeur absolue), ce qui correspond à une vitesse de réaction plus importante.

## Partie IV — Modélisation d'une machine frigorifique

### Questions préalables sur le principe de fonctionnement d'une machine frigorifique

□ 1 — L'étape 1 → 2, isentropique, est donc adiabatique réversible. L'adiabaticité s'écrivant  $q_{12} = 0$ , le premier principe s'écrit  $h_2 - h_1 = w_{12}$ . On lit sur le diagramme  $h_2 > h_1$ , donc  $w_{12} > 0$ . Résultat attendu dans le cas d'un compresseur, dans lequel on fournit du travail pour comprimer les fluides.

Un condenseur ne comportant pas de pièces mobiles,  $w_{23} = 0$  et le premier principe s'écrit  $h_3 - h_2 = q_{23}$ . On lit sur le diagramme  $h_3 < h_2$ , donc  $q_{23} < 0$ . Résultat attendu dans le cas d'un condenseur, le fluide libérant de l'énergie thermique lors de sa liquéfaction (on passe d'une vapeur sèche en 2 à du liquide en 3).

Un évaporateur ne comportant pas de pièces mobiles,  $w_{41} = 0$  et le premier principe s'écrit  $h_4 - h_1 = q_{41}$ . On lit sur le diagramme  $h_1 > h_4$ , donc  $q_{41} > 0$ . Résultat attendu dans le cas d'un évaporateur, le fluide libérant de l'énergie thermique lors de son changement d'état (on passe d'un mélange liquide-vapeur en 4 à de la vapeur sèche en 1).

□ 2 — Les échanges thermiques sont « spontanés » dans le condenseur. Comme  $q_{23} < 0$ , le fluide cède de l'énergie thermique : il y a un transfert thermique spontané du fluide vers la source chaude. Comme « la chaleur va du chaud vers le froid », il faut que  $T_{\text{fluide}} > T_{\text{chaud}}$ .

Dans l'évaporateur, on a  $q_{41} > 0$  : le fluide reçoit de l'énergie thermique. L'échange thermique spontané de la source froide vers le fluide nécessite donc  $T_{\text{fluide}} < T_{\text{froid}}$ .

□ 3 — Dans le cas du réfrigérateur domestique :

- la source froide est l'intérieur du réfrigérateur ;
- la source chaude est l'air ambiant de la maison.

### Questions préalables sur l'expression utile du premier principe

□ 4 — D'après la conservation de  $D_m = \mu S v$ , la section  $S$  étant constante, le produit  $\mu v$  reste constant tout au long de la canalisation. Quand  $\mu$  est minimale, la vitesse  $v$  est donc maximale.

□ 5 — En ordre de grandeur, on peut lire sur le diagramme  $h_1 \approx 390 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $h_2 \approx 440 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ , soit  $\Delta h_{12} = 50 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

Les variations d'énergie cinétique massique vérifient

$$\Delta e_c \leq e_{c,\text{max}} = \frac{1}{2} v_{\text{max}}^2 = 0,5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

2. Une mesure précise donne  $h_1 = 387 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

3. Dans le domaine liquide, les isothermes sont verticales ; le point 3 est donc situé sur l'isotherme partant de  $30^\circ\text{C}$  sur la courbe d'ébullition.

On a donc  $\Delta e_c \ll \Delta h_{12}$  : les variations d'énergie cinétique peuvent être négligées dans l'expression du premier principe.

□ 6 — L'échelle de longueur caractéristique d'une machine frigorifique est  $z \approx 1 \text{ m}$ . Les variations d'énergie potentielle massique de pesanteur vérifient donc

$$\Delta e_p = g z = 10 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

On a donc  $\Delta e_p \ll \Delta h_{12}$  : les variations d'énergie potentielle peuvent être négligées dans l'expression du premier principe.

### Lecture du diagramme et intérêt de la vaporisation

□ 7 — On lit sur le diagramme  $T_1 = -20^\circ\text{C}$ .

Le palier isobare à  $P_{\text{bp}}$  dans l'évaporateur correspond, lorsque la vapeur est formée, à l'isotherme  $T_{\text{sat}}(P_{\text{bp}}) = -30^\circ\text{C}$ .

On en déduit la surchauffe

$$T_1 - T_{\text{sat}}(P_{\text{bp}}) = 10^\circ\text{C}.$$

□ 8 — On lit sur le diagramme  $T_3 = 30^\circ\text{C}$ .

Le palier isobare à  $P_{\text{hp}}$  dans le condenseur correspond, lorsque le liquide est formé, à l'isotherme  $T_{\text{sat}}(P_{\text{hp}}) = 40^\circ\text{C}$ .

On en déduit le sous-refroidissement

$$T_3 - T_{\text{sat}}(P_{\text{hp}}) = -10^\circ\text{C}.$$

□ 9 — En l'absence de pièce mobile, on a  $w = 0$ . Les parois étant calorifugées, on a  $q = 0$ . Le premier principe conduit donc à  $\Delta h_{34} = 0$  : la transformation 3 → 4 est **isenthalpique** :  $\Delta h = 0$ .

□ 10 — On a montré que l'évolution 3 → 4 est isenthalpique. Pour la première phase de cette détente, du point 3 à la courbe de saturation, on a donc  $\Delta h = 0$ , d'où

$$\Delta u + \Delta \left( \frac{P}{\mu} \right) = 0.$$

Le liquide étant incompressible, de masse volumique  $\mu_{\text{liq}}$  pendant cette première phase, on peut écrire

$$\Delta u = - \frac{1}{\mu_{\text{liq}}} \Delta P.$$

Comme  $\Delta u = c_v \Delta T$ , on a

$$\Delta T = \frac{1}{c_v \mu_{\text{liq}}} \Delta P.$$

Durant cette phase, la pression varie d'environ  $\Delta P = -2,5 \text{ bar}$ .

Avec  $\mu_{\text{liq}} = \mu_3 = 1,3 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  et  $c_v = 1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ , on obtient

$$\Delta T = \frac{2,5 \times 10^5}{10^3 \times 1,3 \times 10^3}$$

soit  $\Delta T \approx 0,2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

La variation de température étant de  $60 \text{ }^\circ\text{C}$  dans le détenteur, on peut négliger la variation de température tant que l'on est dans la zone du liquide.

Une isenthalpique est donc bien assimilable à une isotherme dans cette zone, ce qui valide l'approximation  $\Delta h \approx c_p \Delta T$ .

□ 11 — La vaporisation du liquide jusqu'à un point du palier isobare où la fraction massique en vapeur est  $x_{\text{vap}}$  fait passer du liquide pur à  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  à un mélange liquide-vapeur à  $-30 \text{ }^\circ\text{C}$ .

L'enthalpie étant une fonction d'état, on peut calculer sa variation entre deux états sur n'importe quel chemin reliant ces deux états. La chaleur latente de vaporisation étant donné pour la température  $T_4$ , il est naturel de décomposer l'évolution selon le chemin fictif suivant :

- refroidissement du liquide pur de  $T_3 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$  à  $T_4 = -30 \text{ }^\circ\text{C}$  (on rejoint le palier  $P_{\text{bp}}$  le long de la courbe d'ébullition selon  $A \rightarrow B$ );
- vaporisation à la température  $T_4$  d'une fraction massique  $\Delta x_{\text{vap}}$  de liquide selon  $B \rightarrow C$ .

Pour une masse  $m = 1 \text{ kg}$  de liquide, la variation d'enthalpie pour la première phase est

$$\Delta h_{AB} = c_p(T_4 - T_3),$$

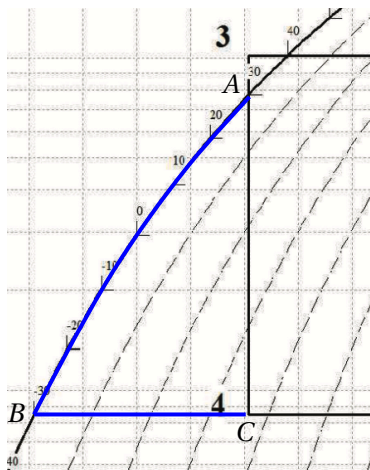
Et la variation d'enthalpie pour la seconde phase est

$$\Delta h_{BC} = \Delta x_{\text{vap}} L_{\text{vap}}(T_4).$$

Le long du chemin total, l'enthalpie étant une fonction d'état, on a  $\Delta h = \Delta h_{AB} + \Delta h_{BC}$ , soit

$$\Delta h = c_p(T_4 - T_3) + \Delta x_{\text{vap}} L_{\text{vap}}(T_4).$$

□ 12 — Considérons le palier isotherme à la température  $T_4$ , joignant la courbe d'ébullition à la courbe de rosée : la transformation correspondante est la vaporisation totale du liquide; la variation d'enthalpie vaut alors  $\Delta h = L_{\text{vap}}(T_4)$ .



4. Ne pas oublier de convertir  $T_{\text{froid}}$  en kelvin au numérateur...

On lit sur le diagramme  $\Delta h = 380 - 162 = 218 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

On a donc  $L_{\text{vap}}(T_4) = 218 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

La transformation  $3 \rightarrow 4$  étant isenthalpique, compte tenu des deux questions précédentes, on peut écrire

$$\Delta h_{34} = 0 = c_p(T_4 - T_3) + x_4 L_{\text{vap}}(T_4),$$

d'où

$$T_4 - T_3 = -\frac{x_4 L_{\text{vap}}(T_4)}{c_p}.$$

On mesure  $x_4 = 0,36$ , d'où

$$T_4 - T_3 = -\frac{0,36 \times 218 \times 10^3}{10^3} = -78 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Cette valeur est du même ordre de grandeur (quoique sensiblement différente que celle lue sur le diagramme).

### Hypothèses simplificatrice et efficacité de la machine

□ 13 — Il faut négliger la perte de charge lors de l'écoulement du fluide dans les échangeurs pour pouvoir considérer les échanges thermiques comme isobares (sinon, on observe une baisse de pression).

□ 14 — Il faut supposer la compression comme étant **adiabatique et réversible** pour qu'elle soit isentropique.

□ 15 — Dans le cas de la machine frigorifique :

- l'énergie massique utile est le transfert thermique  $q_{41}$  prélevé à la source froide lors de la transformation  $4 \rightarrow 1$ . On lit  $q_{41} = h_1 - h_4 = 387 - 242$  soit  $q_{41} = 145 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ;
- l'énergie massique coûteuse est le travail  $w_{12}$  fourni au compresseur lors de la transformation  $1 \rightarrow 2$ . On lit  $w_{12} = h_2 - h_1 = 440 - 387$  soit  $w_{12} = 53 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

L'efficacité est donnée par

$$e = \frac{q_{41}}{w_{12}}.$$

Elle vaut alors  $e = \frac{145}{53}$ , soit  $e = 2,7$

□ 16 — Le premier principe s'écrit pour un cycle

$$\Delta u = w + q_{\text{chaud}} + q_{\text{froid}} = 0.$$

Le second principe conduit à l'égalité de Clausius dans le cas d'un cycle réversible :

$$\Delta s = \frac{q_{\text{froid}}}{T_{\text{froid}}} + \frac{q_{\text{chaud}}}{T_{\text{chaud}}} = 0,$$

d'où

$$q_{\text{chaud}} = -\frac{T_{\text{chaud}}}{T_{\text{froid}}} q_{\text{froid}}.$$

On en déduit

$$w + q_{\text{froid}} \left( 1 - \frac{T_{\text{chaud}}}{T_{\text{froid}}} \right) = 0.$$

Comme

$$e = \frac{q_{\text{froid}}}{w}$$

on obtient

$$e = \frac{T_{\text{froid}}}{T_{\text{chaud}} - T_{\text{froid}}}.$$

L'application numérique donne  $e = 7,4$ .

L'efficacité de Carnot est supérieure à l'efficacité de la machine réelle, résultat prévisible car la machine de Carnot correspond à l'efficacité maximale, dans le cadre d'un comportement idéalement réversible.

Les sources d'irréversibilité dans le cycle réel sont principalement :

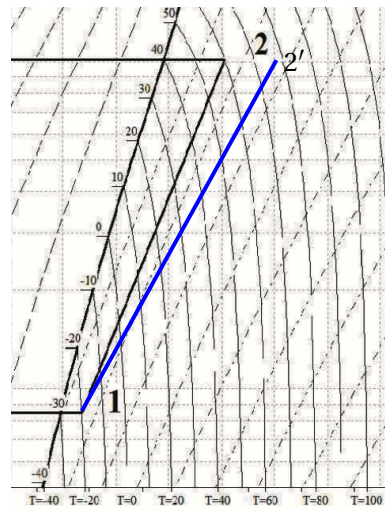
- les transferts thermiques dans le condenseur et l'évaporateur, qui se font entre deux corps de températures différentes (cf. question 2);
- la perte de charge dans les échangeurs;
- les irréversibilités mécaniques dans le compresseur.

□ 17 — La courbe 1 → 2, qui décrit une compression considérée comme adiabatique et réversible, suit donc une isentropique.

Si la compression, toujours adiabatique, est irréversible, on a

$$s_{12} = s_{\text{créé}} > 0.$$

L'entropie croît au cours de l'évolution : la courbe est donc « décalée vers la droite » compte tenu du sens de l'évolution de l'entropie dans le diagramme.



On a alors  $w'_{12} > w_{12}$ , et l'efficacité diminue.

□ 18 — Le sous-refroidissement conduit à une valeur plus petite de  $h_3$  (l'isobare 2 → 3 continue dans le domaine liquide une fois franchie la courbe d'ébullition). L'évolution 3 → 4 étant isenthalpique, il en résulte une diminution de  $h_4$ , conduisant donc à une augmentation de  $q_{41} = h_1 - h_4$ . L'efficacité

$$e = \frac{q_{41}}{w_{12}}$$

s'en trouve donc augmentée.