

## Sujet d'entraînement

## Phénomènes de transport - bilans - chimie

Le sujet comporte 4 parties indépendantes.

## Partie 1 — Quelques problèmes liés au transport du gaz naturel

Le gaz naturel est un combustible fossile présent naturellement dans les roches poreuses du sous-sol et généré à partir de la sédimentation de matière organique vieille de plusieurs millions d'années. Utilisé comme source d'énergie, le gaz est composé principalement d'hydrocarbures : principalement du méthane ( $\text{CH}_4$ ) mais aussi du propane ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ), du butane ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ), de l'éthane ( $\text{C}_2\text{H}_6$ ) et du pentane ( $\text{C}_5\text{H}_{12}$ ).

Environ 99 % de la demande française de gaz naturel est satisfaite grâce aux importations, la Norvège étant le premier fournisseur de la France. Ainsi, la production française de gaz naturel représente environ 1 % de la consommation, mais certains gisements restent inexploités.

Une liste de données numériques et un formulaire sont fournis à fin du sujet. Ces éléments sont suivis de quatre annexes.

### 1 Découverte et transport par gazoduc de gaz naturel

#### 1.1 Un gisement découvert!

Le 19 décembre 1951 à 8 heures du matin, l'équipe de forage ne découvre pas, sur le sondage Lacq 3, du pétrole, mais du gaz. Il jaillit d'un réservoir situé à 3,45 km de profondeur, à la très forte pression de  $6,6 \times 10^2$  bar et à la température de 140 °C. Le débit est important,  $150\,000 \text{ m}^3 \cdot \text{jour}^{-1}$ . Il faudra cinq jours et quatre nuits aux spécialistes pour maîtriser l'éruption. Le trophée est de taille : Lacq s'avère un gisement de gaz naturel géant avec une réserve de quelque 262 milliards de mètres cubes de gaz naturel.

La composition molaire « principale » du gaz brut de Lacq était de 69,2 % de méthane  $\text{CH}_4$ , 15,2 % d'hydrogène sulfuré  $\text{H}_2\text{S}$ , 9,6 % de dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$ , 3,3 % d'éthane  $\text{C}_2\text{H}_6$  et 1,0 % de propane  $\text{C}_3\text{H}_8$ . Le tableau 1 donne certaines grandeurs physico-chimiques relatives aux différents constituants.

Formule brute	Masse molaire moléculaire ( $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	Température critique (°C)	Pression critique (bar)	Température au point triple (°C)	Pression au point triple (bar)
$\text{CH}_4$	16,0	-82,59	45,99	-182,46	0,117
$\text{H}_2\text{S}$	34,1	100,4	90,06	-85,45	0,232
$\text{CO}_2$	44,0	30,98	73,77	-56,56	5,187
$\text{C}_2\text{H}_6$	30,1	32,17	48,72	-182,78	0,000 011 3
$\text{C}_3\text{H}_8$	44,1	96,74	42,51	-187,62	$1,721 \times 10^{-9}$

TABLE 1 – Quelques grandeurs physico-chimiques des principaux constituants du gaz de Lacq

1. Représenter le diagramme ( $P, T$ ) d'un corps pur dans le cas général en y indiquant les différentes phases, les points particuliers avec leur signification.
2. Que dire de la densité du fluide présent dans ce réservoir?
3. En réalité, le débit d'éjection des gaz diminue au cours du temps. Proposer une explication.

#### 1.2 Transport par gazoduc

Pour répondre à certaines questions de cette sous-partie 1.2, il sera nécessaire d'exploiter tout ou partie des documents des annexes 1, 2 et 3.

Posé en doublement de la première canalisation « artère des Hauts de France » et mis en service en 2016, le gazoduc cylindrique en acier de 191 km « artère des Hauts de France II » est découpé en deux tronçons :

- le premier, d'une longueur de 17 km, va de Loon-Plage (Nord) jusqu'à la station de Pitgam (Nord). Le gaz sur cette partie est acheminé dans un tuyau de diamètre intérieur  $D_1 = 900$  mm sous une pression maximale  $P_1 = 96$  bar (pression au départ) ;

— le second, d'une longueur de 174 km, va de la station de Pitgam jusqu'à la station située à Cuvilly (Oise). Le gaz est acheminé dans un tuyau d'un diamètre intérieur  $D_2 = 1200$  mm sous une pression maximale  $P_2 = 85$  bar (pression au départ).

La rugosité absolue des canalisations, qui correspond à la hauteur moyenne des aspérités des parois internes mesurée au palpeur, vaut  $e = 5 \times 10^{-5}$  m.

Ce gazoduc achemine le gaz fourni par le terminal méthanier de Dunkerque et irrigue au passage des grandes agglomérations urbaines avec un débit volumique  $Q_0 = 13 \times 10^9$  m<sup>3</sup> · an<sup>-1</sup> mesuré à  $T_0 = 15$  °C sous la pression  $P_0 = 1,0$  bar. Le gaz circule avec une vitesse moyenne  $v = 30$  km · h<sup>-1</sup> et de façon supposée isotherme à la température  $T_0$ .

4. En supposant que le gaz circule dans les deux canalisations avec une vitesse moyenne de 30 km · h<sup>-1</sup>, calculer  $Q_1$ , le débit volumique moyen de gaz dans la canalisation entre Loon-Plage et Pitgam et  $Q_2$ , le débit volumique moyen dans la canalisation entre Pitgam et Cuvilly.

Le gaz véhiculé est du gaz naturel dont la composition est variable. Le maître d'ouvrage indique qu'il est composé essentiellement de méthane (entre 85 et 97 %), d'éthane (entre 2 et 9 %), d'hydrocarbures plus lourds et d'azote en faible quantité. Il contient également quelques traces de composés soufrés et un odorisant. Pour simplifier, on considérera dans toute la suite que le gaz véhiculé a une composition molaire de 90 % de méthane et 10 % d'éthane. Quelques caractéristiques de ces deux composés sont indiquées dans le tableau 2.

Constituant	Méthane	Éthane
Masse molaire moléculaire (g · mol <sup>-1</sup> )	16,0	30,1
Température critique (°C)	-82,59	32,17
Pression critique (bar)	45,99	48,72
Masse volumique critique (kg · m <sup>-3</sup> )	162,7	206,2
Température au point triple (°C)	-182,46	-182,78
Pression au point triple (bar)	0,117	0,000 011 3
Viscosité dynamique à 15 °C sous 1,0 bar (Pa · s)	$1,1 \times 10^{-5}$	$9,1 \times 10^{-6}$
Masse volumique à 15 °C sous 1,0 bar (kg · m <sup>-3</sup> )	0,67	1,28

TABLE 2 – Quelques caractéristiques physico-chimiques du méthane et de l'éthane

5. Peut-on assimiler le gaz naturel acheminé dans « artère des Hauts de France II » à un gaz parfait? On attend une réponse qualitative.

6. En utilisant l'annexe 1, montrer, en explicitant la démarche, que la masse volumique  $\rho_1$  du gaz naturel à l'entrée du gazoduc à Loon-Plage est environ égale à 92 kg · m<sup>-3</sup>. Justifier quantitativement qu'il n'est pas possible d'étudier l'écoulement du gaz naturel comme s'il était composé uniquement de méthane.

7. Déterminer également la masse volumique du gaz naturel  $\rho_0$  à  $T_0 = 15$  °C sous la pression atmosphérique  $P_0 = 1,0$  bar. Dans ces conditions, on assimilera le gaz à un gaz parfait.

8. Dans le gazoduc, il existe une perte de charge régulière. Expliquer ce que cela signifie.

Dans la suite du problème, les pertes de charge seront exprimées en pascal.

9. Si  $P_e$  et  $P_s$  désignent les pressions aux extrémités du gazoduc étudié de longueur  $L$  et de diamètre  $D$ , on admet que

$$P_e^2 - P_s^2 = \frac{16}{\pi^2} \rho_0 P_0 \lambda L \frac{Q_0^2}{D^5}.$$

Dans cette formule,  $\lambda$  est « le coefficient de perte de charge » présenté notamment en annexe 3.

En utilisant les annexes 1 et 2, montrer, en explicitant la démarche, que la viscosité  $\eta$  du gaz naturel à la température de 15 °C et sous une pression de l'ordre de 90 bar est environ égale à  $1,4 \times 10^{-5}$  Pa · s.

Estimer alors le nombre de Reynolds relatif à l'écoulement et montrer que la pression du gaz en sortie de la première canalisation au niveau de la station de Pitgam est de l'ordre de 93 bar. Quelle est alors la perte de charge linéique dans cette canalisation?

10. On admet que la pression de sortie (à Cuvilly) dans la canalisation menant le gaz naturel de Pitgam à Cuvilly est égale à 76 bar. Déterminer la perte de charge linéique associée. Quelle aurait été cette perte de charge linéique si cette canalisation avait pour diamètre 900 mm? Commenter.

### 1.3 Injection de THT

11. À Pitgam, une faible quantité d'un composé soufré particulièrement odorant, le tétrahydrothiophène ou THT est injecté dans le gaz naturel provenant du terminal méthanier de Dunkerque ayant circulé dans l'« artère des Hauts de France II ». Pourquoi?

## 2 Liquéfaction du gaz naturel : production de GNL

Le 8 juillet 2016 le terminal méthanier de Dunkerque fut réellement mis en service avec l'arrivée du premier méthanier le *Madrid Spirit*, battant pavillon espagnol, en provenance du Nigéria, qui a déchargé 130 000 m<sup>3</sup> de gaz naturel liquéfié (GNL). Ce terminal recevra ensuite le GNL de Norvège, premier importateur de gaz naturel en France.

Pour répondre à certaines questions de cette partie, il sera nécessaire d'exploiter le diagramme de l'annexe 4.

### 2.1 Généralités

12. En exploitant le diagramme de l'annexe 4, montrer que pour condenser totalement du gaz naturel assimilé à du méthane gazeux pur à la pression de 1 bar, il faut se placer à une température d'environ  $-162\text{ °C}$ .

13. Quel est alors le volume massique du GNL?

14. Expliquer en quoi le transport du gaz naturel sous forme GNL constitue une bonne alternative au transport par gazoducs.

### 2.2 Cycle de Linde de liquéfaction du méthane

On désire étudier le procédé de Linde de liquéfaction du méthane, utilisé par exemple dans l'usine de Snøhvit en Norvège, schématisé figure 1 avec les différents états du fluide numérotés de 0 à 10, permettant d'obtenir un débit massique  $D_{m10}$  de méthane liquide saturant à la pression  $P_{10} = 1\text{ bar}$  à une température  $T_{10} = -161,7\text{ °C}$  (état 10).

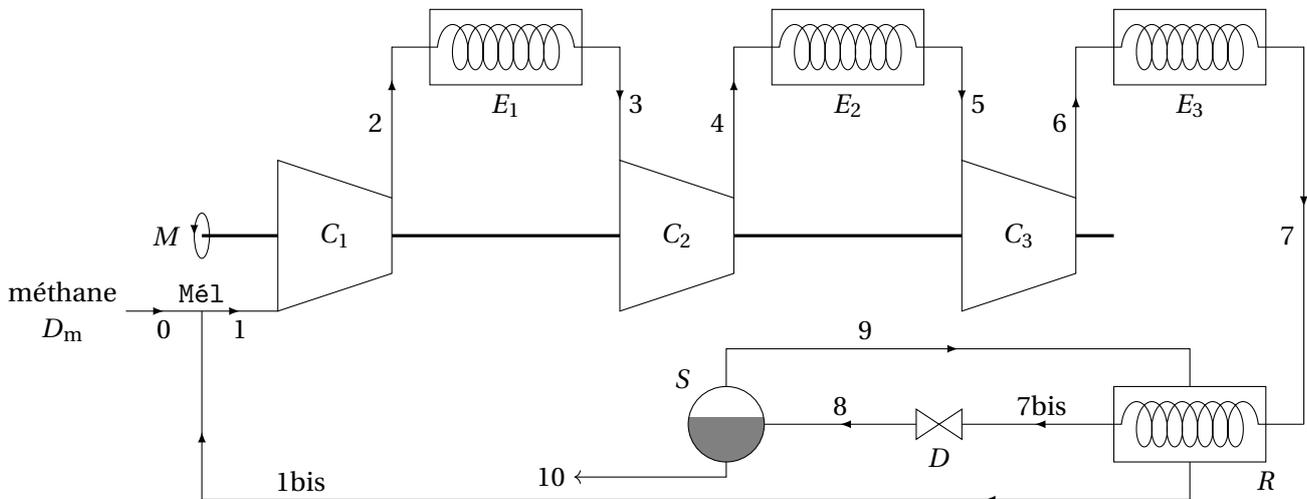


FIGURE 1 – Installation de Linde de liquéfaction du méthane

Pour cela, on introduit un débit massique  $D_m = 1,0\text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$  de méthane gazeux à la température  $T_0 = 7,0\text{ °C}$  et à la pression  $P_0 = 1,0\text{ bar}$  (état 0).

Trois compresseurs  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  fonctionnant de façon adiabatique et réversible, solidaires d'un même arbre entraîné sans perte par un moteur  $M$ , ainsi que trois échangeurs de chaleurs isobares (systèmes de refroidissement)  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  permettent d'obtenir en l'état 7 du gaz à la pression  $P_7 = 100\text{ bar}$  et à la température  $T_7 = -63\text{ °C}$ . Les pressions intermédiaires sont égales à  $P_2 = 5,0\text{ bar}$  et  $P_4 = 25\text{ bar}$ .

L'enthalpie massique du fluide dans l'état 3 est  $h_3 = 866\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et dans l'état 5,  $h_5 = 840\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

Un régénérateur  $R$ , échangeur thermique globalement calorifugé et fonctionnant de façon réversible, permet de refroidir le gaz comprimé non plus à  $-63\text{ °C}$  mais à  $-82\text{ °C}$  (état 7bis).

Ce gaz refroidi est détendu isenthalpiquement de 100 bar à 1 bar par le détendeur  $D$  jusqu'à l'état diphasé 8 de titre massique en vapeur  $x = 0,61$ . Les phases liquide et gazeuse sont séparées dans le séparateur isobare  $S$ . La vapeur saturante sèche sortant du séparateur est recyclée dans le régénérateur  $R$ .

Mé1 est un mélangeur globalement calorifugé, sans partie mobile et fonctionnant de façon isobare. La pression en 1 vaut donc  $P_1 = 1$  bar.

On se place en régime permanent d'écoulement. On négligera toute variation d'énergie mécanique du fluide.

**15.** On note respectivement les débits massiques de fluide  $D_{m1}$  et  $D_{m1bis}$  aux états 1 et 1bis. En utilisant le titre massique en vapeur  $x$  dans le séparateur, établir une relation entre  $D_{m1}$ ,  $D_{m1bis}$  et  $x$ . Après avoir traduit la conservation du débit massique au niveau du mélangeur, déterminer les valeurs des débits massiques  $D_{m1}$  et  $D_{m1bis}$ .

**16.** Déterminer graphiquement les enthalpies massiques aux états 7 ( $P_7 = 100$  bar et  $T_7 = -63$  °C), 7bis ( $P_{7bis} = P_7$ ,  $T_{7bis} = -82$  °C) et 9 respectivement notées  $h_7$ ,  $h_{7bis}$  et  $h_9$ .

En effectuant un bilan énergétique au niveau du régénérateur  $R$  globalement calorifugé et ne comportant pas de partie mobile, déterminer l'enthalpie massique  $h_{1bis}$ .

**17.** On admet qu'au niveau du mélangeur Mé1, il y a conservation du débit d'enthalpie ce qui se traduit par la relation  $D_m h_0 + D_{m1bis} h_{1bis} = D_{m1} h_1$  où  $h_0$ ,  $h_1$  et  $h_{1bis}$  désignent alors respectivement l'enthalpie massique du fluide dans l'état 0, 1 et 1bis.

Calculer  $h_1$ .

**18.** La transformation au niveau du compresseur  $C_1$  étant supposée isentropique, déterminer graphiquement la valeur de l'enthalpie massique  $h_2$  à l'état 2. En déduire la puissance  $P_{u1}$  fournie par le moteur au compresseur  $C_1$ . On commencera par positionner le point 1 sur le diagramme.

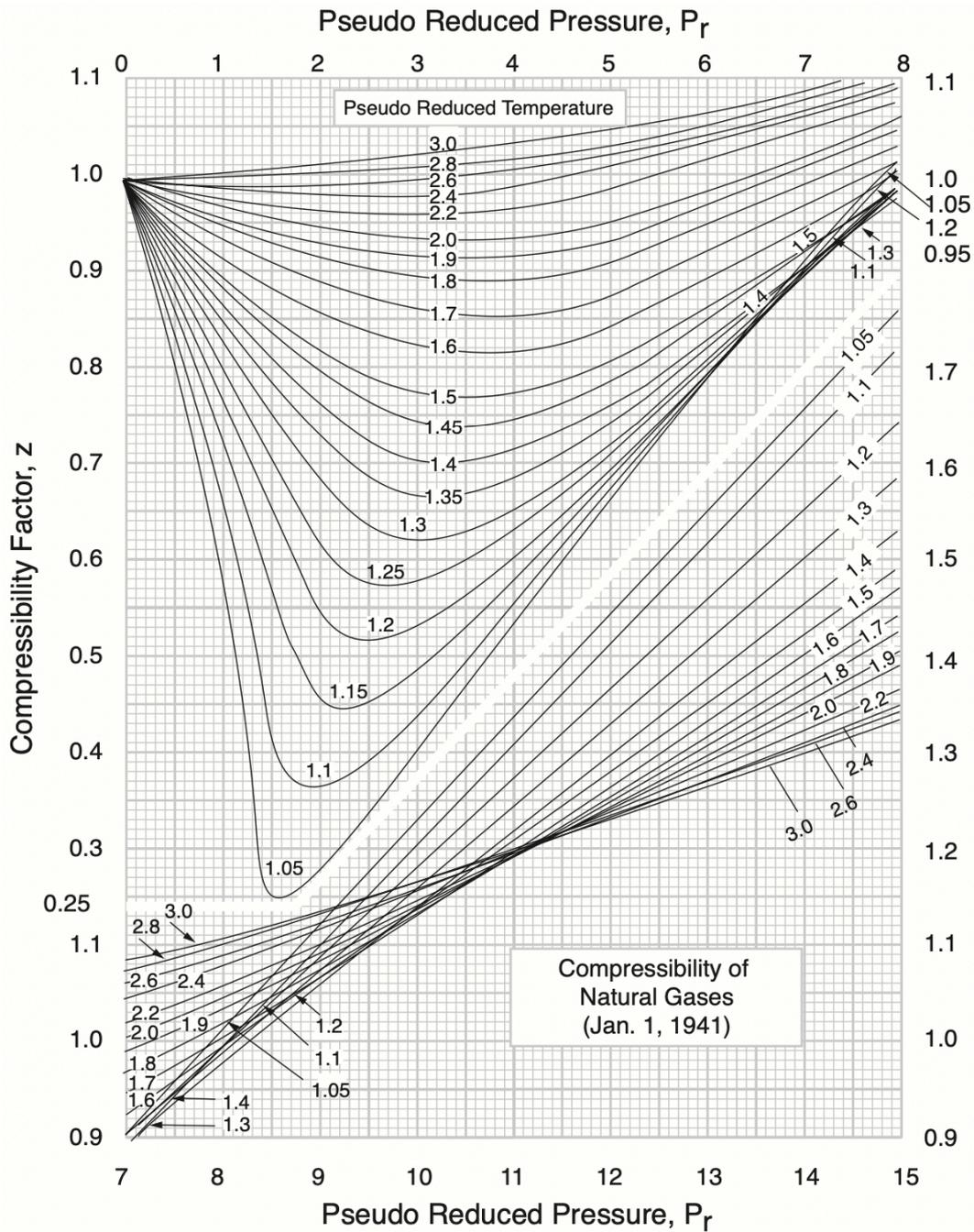
**19.** La puissance totale délivrée par le moteur est égale à 1,8 MW, quel type de machine motrice peut délivrer une telle puissance?

### Données numériques

Constante des gaz parfaits  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

## Annexe 1 : compressibilité d'un gaz naturel et abaque de Standing et Katz

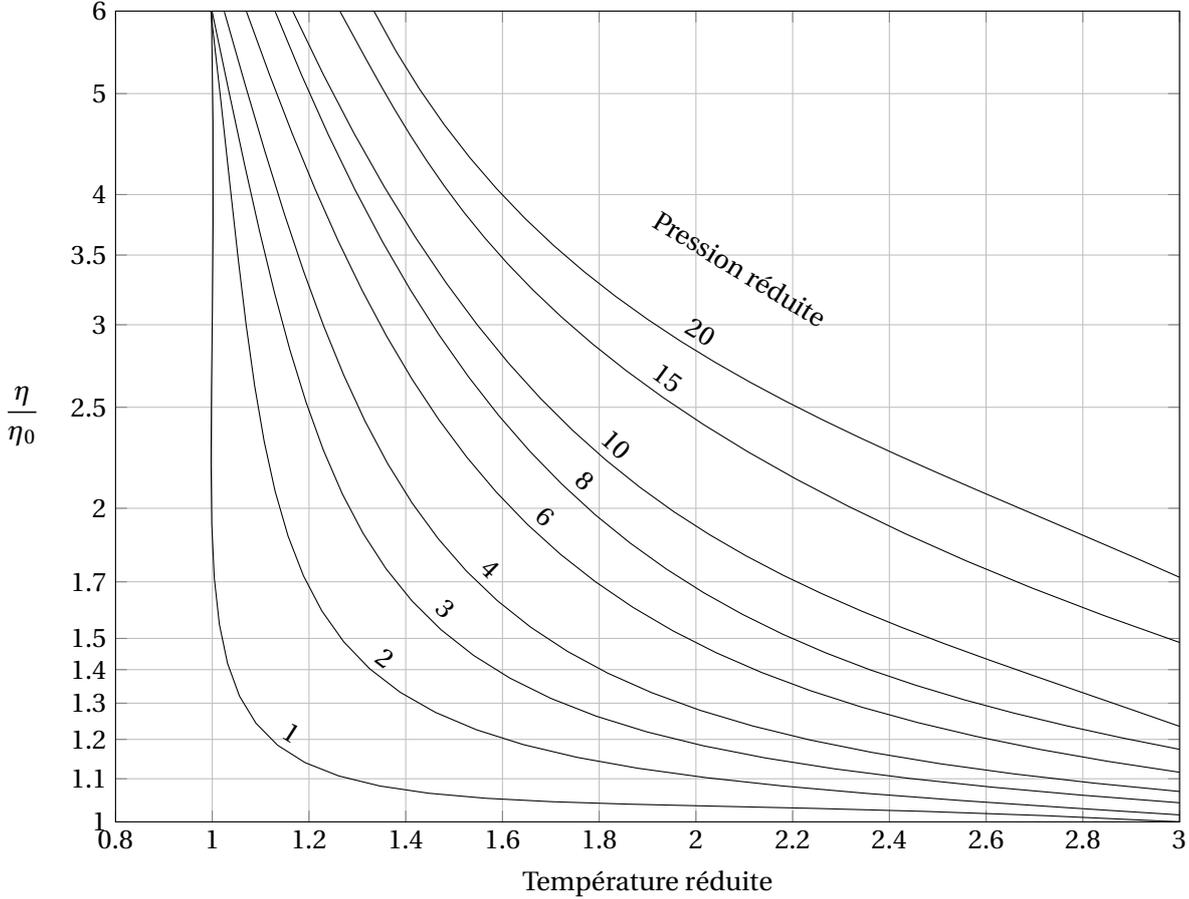
Les industriels comparent souvent l'état du gaz naturel à celui d'un gaz parfait : on admet que l'équation d'état du gaz naturel s'écrit  $\rho = \frac{PM}{ZRT}$  où  $\rho$  désigne sa masse volumique (en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ),  $P$  sa pression (en Pa),  $M$  sa masse molaire (en  $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ ),  $Z$  sa compressibilité (sans dimension),  $R$  la constante des gaz parfaits et  $T$  sa température absolue (en K). La compressibilité d'un mélange gazeux à la température  $T$  et sous la pression  $P$  contenant plusieurs gaz  $i$  de fraction molaire respective  $y_i$ , de température critique  $T_{ci}$  et de pression critique  $P_{ci}$  peut se déterminer à l'aide de l'abaque de Standing et Katz où  $P_{PR} = \frac{P}{\sum_i y_i P_{ci}}$  représente la pression pseudo-réduite et  $T_{PR} = \frac{T}{\sum_i y_i T_{ci}}$  la température pseudo-réduite du mélange.



## Annexe 2 : viscosité d'un gaz naturel sous pression et abaque de Carr

On admet qu'à pression  $P_0 = 1,0$  bar et  $T_0 = 15$  °C, la viscosité dynamique d'un mélange gazeux peut être estimée à partir de celle des corps pur selon la relation  $\eta_0 = \frac{\sum_i y_i \eta_{0i} M_i^{1/2}}{\sum_i y_i M_i^{1/2}}$ . Dans cette formule,  $y_i$ ,  $\eta_{0i}$  et  $M_i$  désignent respectivement la fraction molaire, la viscosité dynamique (à  $P_0 = 1,0$  bar et  $T_0 = 15$  °C) et la masse molaire du corps pur  $i$  présent dans le mélange.

On admet aussi que l'abaque de Carr ci-après permet d'obtenir la viscosité dynamique  $\eta$  d'un gaz naturel sous pression en fonction de sa pression réduite et de sa température réduite; ces deux dernières grandeurs étant identiques respectivement à la pression pseudo-réduite  $P_{PR}$  et la température pseudo-réduite  $T_{PR}$  définies dans l'annexe 1.

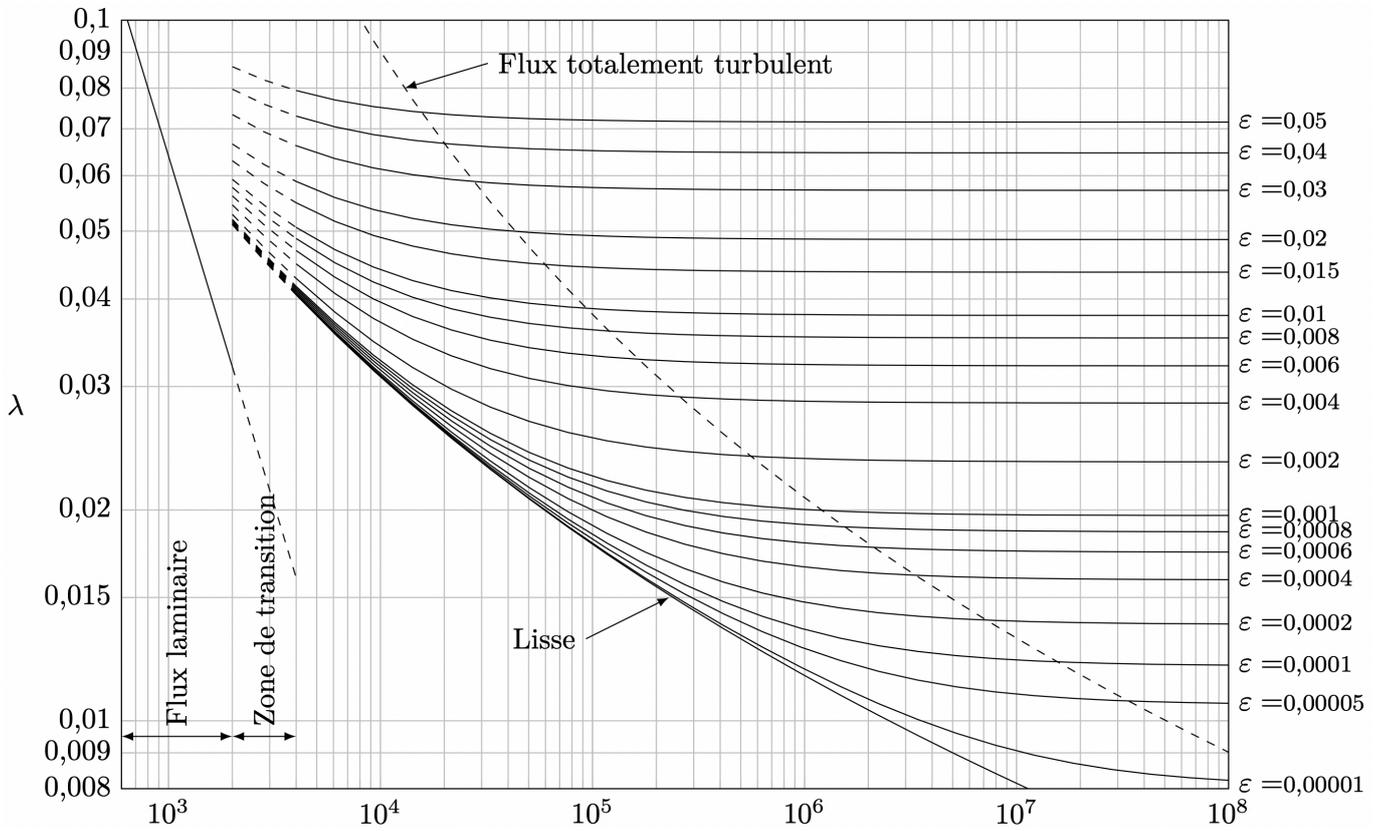


### Annexe 3 : coefficient de perte de charge et abaque de Moody

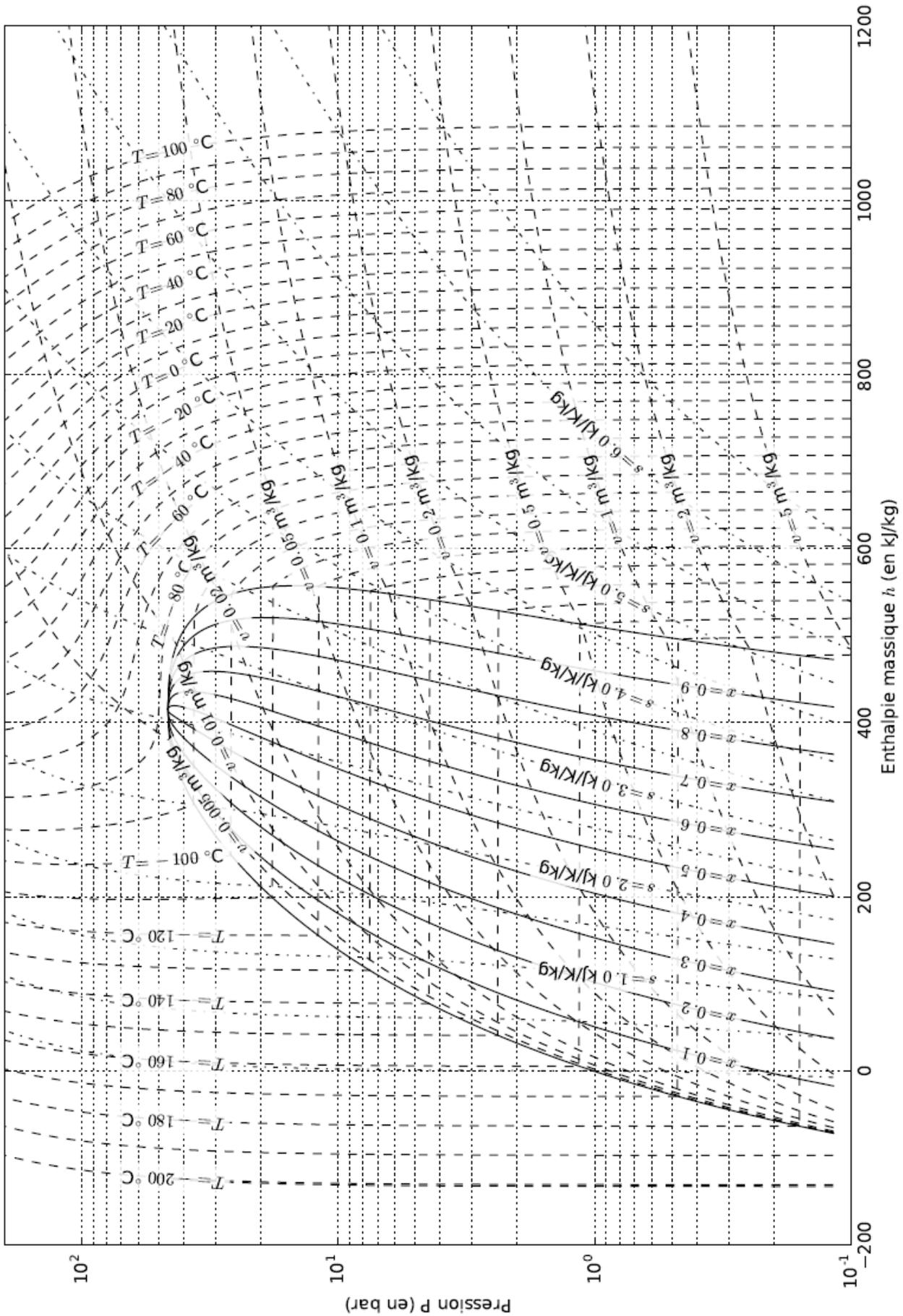
Le coefficient de perte de charge  $\lambda$  est relié :

- au nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement à la vitesse  $v$  du fluide de viscosité dynamique  $\eta$  dans une conduite de diamètre  $D$ ;
- à la rugosité relative adimensionnée de la paroi interne du gazoduc  $\varepsilon = \frac{e}{D}$ .

On détermine  $\lambda$  grâce à l'abaque de Moody ci-dessous.



Annexe 4 : diagramme pression – enthalpie massique du corps pur méthane



## Partie 2 — Aspects aérodynamiques d'une automobile

La figure 2 montre l'allure des lignes de courant obtenues en soufflerie pour deux véhicules, l'un de type berline (semi-fastback) et l'autre correspondant à la version à hayon généralement dénommée break ou SW (hatchback). Les sections de référence et les coefficients aérodynamiques de ces deux véhicules sont un peu différents. L'écoulement de l'air est supposé incompressible.

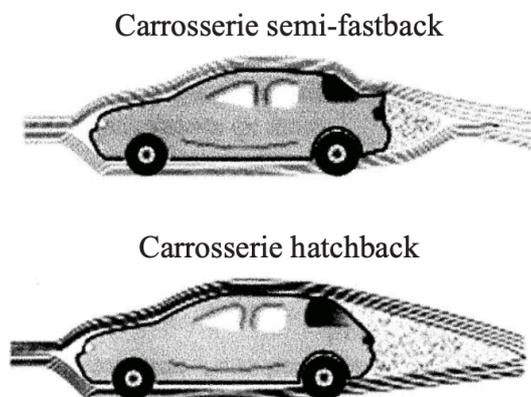


FIGURE 2 – Essais en soufflerie

On rappelle l'expression de la force de traînée

$$F_x = \frac{C_x \rho_0 S V^2}{2}$$

où  $\rho_0 = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  est la masse volumique de l'air,  $V$  la vitesse relative de l'air par rapport à l'obstacle,  $C_x$  le coefficient aérodynamique de traînée de l'obstacle et  $S$  la section de référence de l'obstacle à l'écoulement.

1. Préciser les zones d'écoulement laminaire et turbulent. Quels sont les facteurs qui influencent le coefficient aérodynamique  $C_x$  ?

On considère une automobile de masse  $m = 1300 \text{ kg}$ , de coefficient aérodynamique  $C_x = 0,33$ , de section de référence  $S = 2,5 \text{ m}^2$  et dont le moteur développe une puissance  $P = 62,5 \text{ kW}$ .

2. En négligeant dans cette question les frottements entre les pneumatiques et la route et en supposant l'air environnant au repos dans le référentiel terrestre, exprimer la vitesse maximale de l'automobile en fonction de tout ou partie des données précitées, puis en donner une valeur numérique en  $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ .

3. Sur route ou autoroute, à vitesse stabilisée, la consommation en carburant, exprimée en litres pour 100 km parcourus, augmente en  $V^x$ . Déterminer l'exposant  $x$ .



FIGURE 3 – Aileron arrière

Pour améliorer la tenue de route certaines voitures sportives sont équipées d'un aileron pour renforcer l'appui arrière (figure 3). On se propose ici de quantifier son influence.

L'air est assimilé à un fluide parfait. Son écoulement, dans le référentiel de la voiture, est supposé stationnaire, et incompressible. L'effet de la pesanteur sur l'air est négligé.

L'aileron, incliné vers le haut d'un angle non orienté  $\beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$  par rapport à la route, dévie l'air qui s'écoule tangentiellement à la partie arrière du véhicule qui est inclinée vers le bas d'un angle non orienté  $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$  par rapport à la route.

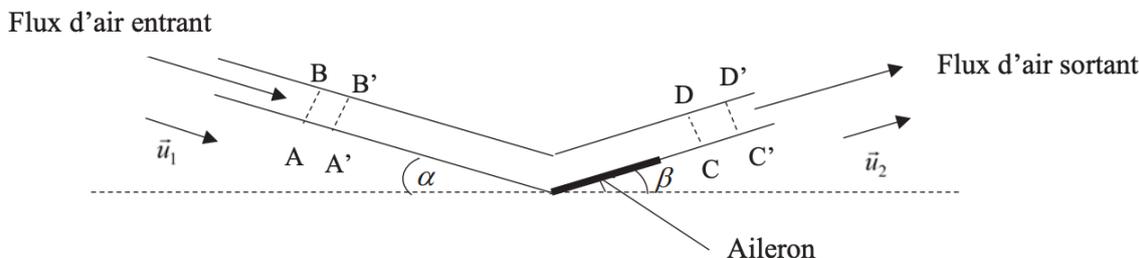


FIGURE 4 – Écoulement de l'air dans un tube de courant

On note  $S_e$  la section transverse de l'écoulement de l'air dévié par l'aileron. Cette section est supposée constante le long du tube de courant décrit sur la figure 4.

On note respectivement  $\vec{v}_1 = v_1 \vec{u}_1$  et  $\vec{v}_2 = v_2 \vec{u}_2$  les vitesses des écoulements d'air entrant et sortant du tube de courant, où  $\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  sont des vecteurs unitaires.

On considère le système fermé, constitué par l'air compris entre les sections  $AB$  et  $CD$  à la date  $t$ , et de l'air compris entre les sections  $A'B'$  et  $C'D'$  à la date  $t + dt$ .

4. On note  $dm_1$  la masse qui traverse la section  $AB$  entre  $t$  et  $t + dt$  et  $dm_2$  la masse qui traverse la section  $CD$  entre  $t$  et  $t + dt$

Comparer  $dm_1$  et  $dm_2$ , ainsi que  $v_1$  et  $v_2$ .

5. En effectuant un bilan de quantité de mouvement sur le système fermé défini précédemment, déterminer la force exercée sur le tube de courant en fonction de  $\rho_0$ ,  $v_1$ ,  $S_e$ ,  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$ .

6. On admet que la force  $\vec{F}_{\text{air} \rightarrow \text{véhicule}}$  exercée par l'air sur le véhicule en mouvement est l'opposée de celle exercée sur le tube de courant. En déduire la composante perpendiculaire à la route de la force exercée par l'air sur le véhicule en fonction de  $\rho_0$ ,  $v_1$ ,  $S_e$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ .

Discuter du sens de cette composante.

### Partie 3 — Le feu et l'eau

Le 15 avril 2019, un violent incendie s'est déclaré dans la cathédrale de Notre-Dame de Paris. La charpente, constituée de milliers de poutres provenant de chênes centenaires a entièrement brûlé, la flèche réalisée en plomb s'est effondrée et la structure a été endommagée.

Pour éteindre les feux, les pompiers utilisent des lances à incendie, reliées à de longs tuyaux acheminant l'eau depuis des fourgons ou des moto-pompes. Ces lances permettent de régler le débit et la forme du jet. Lors de l'incendie de Notre-Dame de Paris, le débit  $Q$  des lances utilisées était de l'ordre de  $500 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$  et le diamètre  $d$  de 70 mm.

Certaines questions peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche et les choix effectués et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Certaines données numériques sont regroupées en fin d'énoncé.

1. Estimer la valeur de la vitesse d'éjection  $V_e$  du jet arrosant la charpente du chevet de la cathédrale situé le plus en avant sur la photographie présentée figure 5. On admettra que cette image ne présente pas de déformation de perspective.

2. Comparer la valeur de  $V_e$  à la vitesse de l'eau dans le tuyau et expliquer la différence observée.

L'eau utilisée est pompée dans un camion-citerne ou fourgon-pompe stationné sur la route (figure 6). On appelle  $\Delta P = P_p - P_\ell$  la différence de pression entre la sortie de la pompe (pression  $P_p$ ) et l'extrémité de la lance (pression  $P_\ell$ ).

3. En supposant le fluide parfait, quelle doit être, en régime permanent, la différence de pression pour que l'eau arrive au niveau d'une nacelle située à 30 m de hauteur?



FIGURE 5 – Photographie du chevet (côté Est) de Notre-Dame de Paris le soir de l'incendie

En réalité, l'eau est visqueuse; il est nécessaire de prendre en compte des frottements sur la paroi interne des tuyaux.

4. Pour le débit des lances étudiées, l'écoulement dans les tuyaux est-il laminaire ou turbulent?

Les frottements induisent une perte de charge (diminution de pression) lors du passage dans les tuyaux. La perte de charge linéique, notée  $J$ , est donnée par la formule de Darcy-Weisbach

$$J = f \frac{\rho V^2}{2d},$$

où  $d$  est le diamètre intérieur du tuyau,  $V$  la vitesse moyenne du fluide,  $\rho$  sa masse volumique et  $f$  un facteur pouvant dépendre du nombre de Reynolds et de la rugosité relative  $\varepsilon/d$ .

5. Quelle est la dimension du facteur  $f$ ?

Pour un écoulement laminaire, le facteur  $f$  vaut  $f = 64/\mathcal{R}e$ , où  $\mathcal{R}e$  est le nombre de Reynolds de l'écoulement. Si l'écoulement est turbulent, on utilise la formule de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon/d}{3,7} + \frac{2,51}{\mathcal{R}e \sqrt{f}} \right)$$

où  $\varepsilon$  est la rugosité, c'est-à-dire la dimension moyenne des aspérités de la paroi interne du tuyau. Cette formule de Colebrooke n'est pas soluble littéralement et les pompiers utilisent des abaques ou des tableaux qui donnent les pertes de charge. Le tableau 3 donne les pertes de charge en fonction du débit et de la longueur d'un tuyau de diamètre 70 mm.

6. D'après le tableau 3, le facteur  $f$  de la relation de Darcy dépend-il de la longueur du tuyau pour un débit de  $500 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$ ?

7. Exploiter la formule de Colebrooke afin de calculer la rugosité relative  $\varepsilon/d$  d'un tuyau de 70 mm pour un nombre de Reynolds de  $5 \times 10^5$ . Commenter.

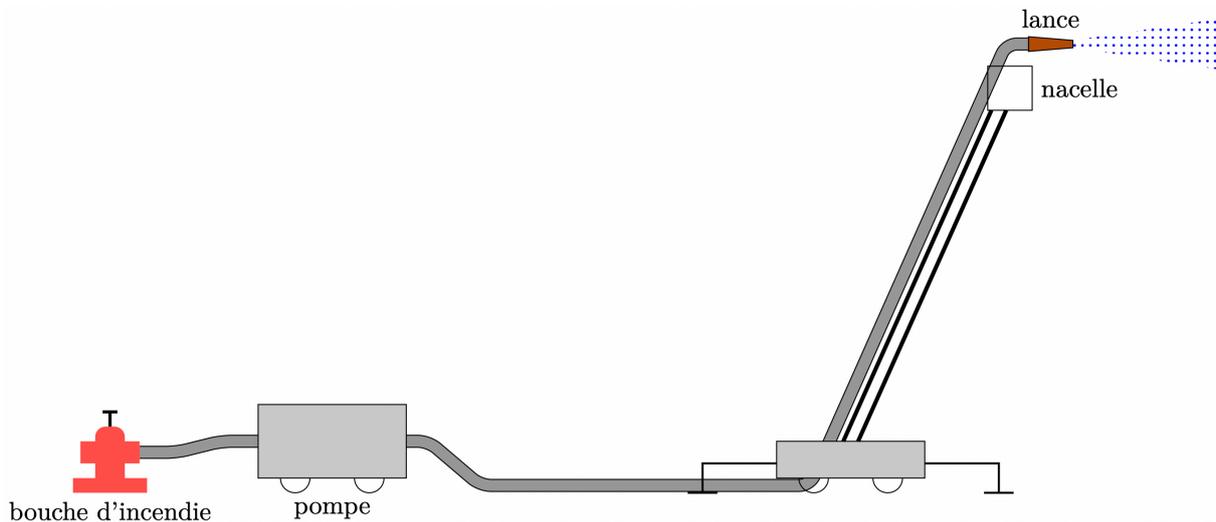


FIGURE 6 – Schéma d'acheminement de l'eau depuis la prise d'eau jusqu'à la nacelle

Débit ( $L \cdot \text{min}^{-1}$ )	Longueur (m)										
	40	80	100	120	160	200	240	280	320	360	400
125	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
250	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6
375	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1,0	1,1	1,2
500	0,2	0,4	0,55	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2
675	0,4	0,8	1,0	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4,0
750	0,5	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
875	0,7	1,3	1,7	2,0	2,7	3,4	4,0	4,7	5,4	6,1	6,7
1000	0,9	1,8	2,2	2,6	3,5	4,4	5,3	6,2	7,0	7,9	8,8
1250	1,4	2,8	3,4	4,1	5,5	6,9	8,3	9,6	11,0	12,4	13,8
1500	2,0	4,0	5,0	5,9	7,9	9,9	11,9	13,9	15,8	17,8	19,8

TABLE 3 – Pertes de charge (en bar) en fonction du débit  $Q$  et de la longueur  $L$  pour un tuyau de diamètre  $d = 70$  mm

8. Quelle doit être la différence de pression  $\Delta P$  si le tuyau qui alimente la lance en haut de la nacelle a une longueur totale de 200 m? Peut-il y avoir d'autres causes de perte de charge?

9. En s'aidant d'un bilan de puissance, déterminer la puissance électrique minimale à fournir à la pompe pour obtenir une pression à la lance  $P_\ell = 6$  bar et un débit de  $500 L \cdot \text{min}^{-1}$  dans les conditions décrites plus haut (hauteur de la nacelle 30 m, longueur du tuyau 200 m). On supposera que la pression d'alimentation de la pompe est de 1 bar (en réalité elle peut aller jusqu'à 16 bar pour les bouches d'incendie).

10. L'incendie a duré 15 heures et a mobilisé plus de 500 pompiers, appuyés par 18 lances supposées toutes identiques et de même débit  $500 L \cdot \text{min}^{-1}$ . Toutes les lances n'ont pas été en action pendant cette durée. En admettant que les lances ont été utilisées à leur maximum pendant 2 heures, quelle quantité d'eau a été déversée sur Notre-Dame?

## Données thermodynamiques et autres caractéristiques

Accélération normale de la pesanteur terrestre

$$g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Viscosité dynamique de l'eau (supposée indépendante de la température)

$$\eta = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Masses volumiques dans les conditions usuelles de température et de pression :

eau liquide  $1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

air  $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

## La cathédrale Notre-Dame de Paris

Principales dimensions de l'édifice :

longueur	127 m
largeur	48 m
superficie intérieure	4800 m <sup>2</sup>
hauteur des tours	69 m
hauteur de la flèche	96 m
hauteur de la façade sans les tours	45 m
hauteur estimée de chaque arc-boutant	30 m

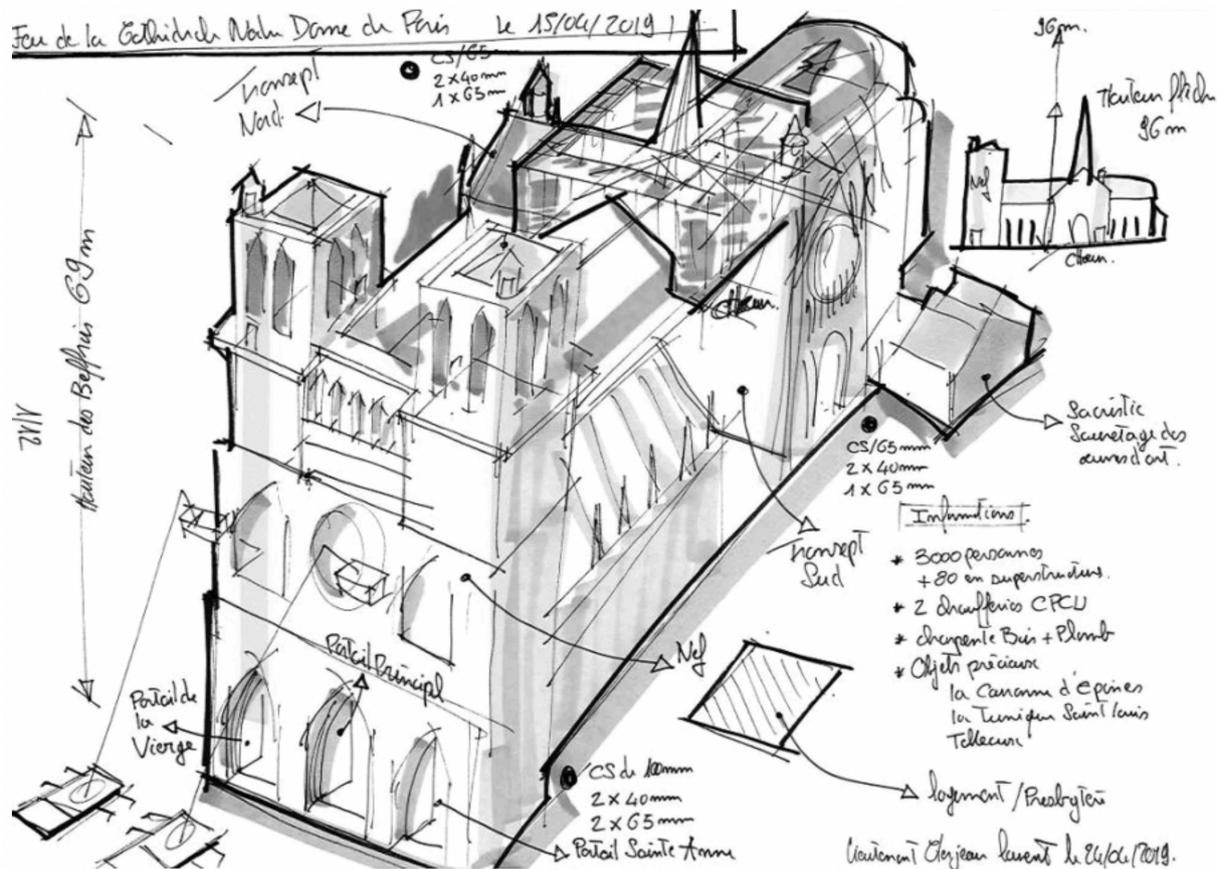


Schéma réalisé par le dessinateur de la Brigade des Sapeurs-Pompiers de Paris. Les marques circulaires noires indiquent les positions des pieds des échelles coulissantes portes-nacelles ou BEA (bras élévateurs aériens).

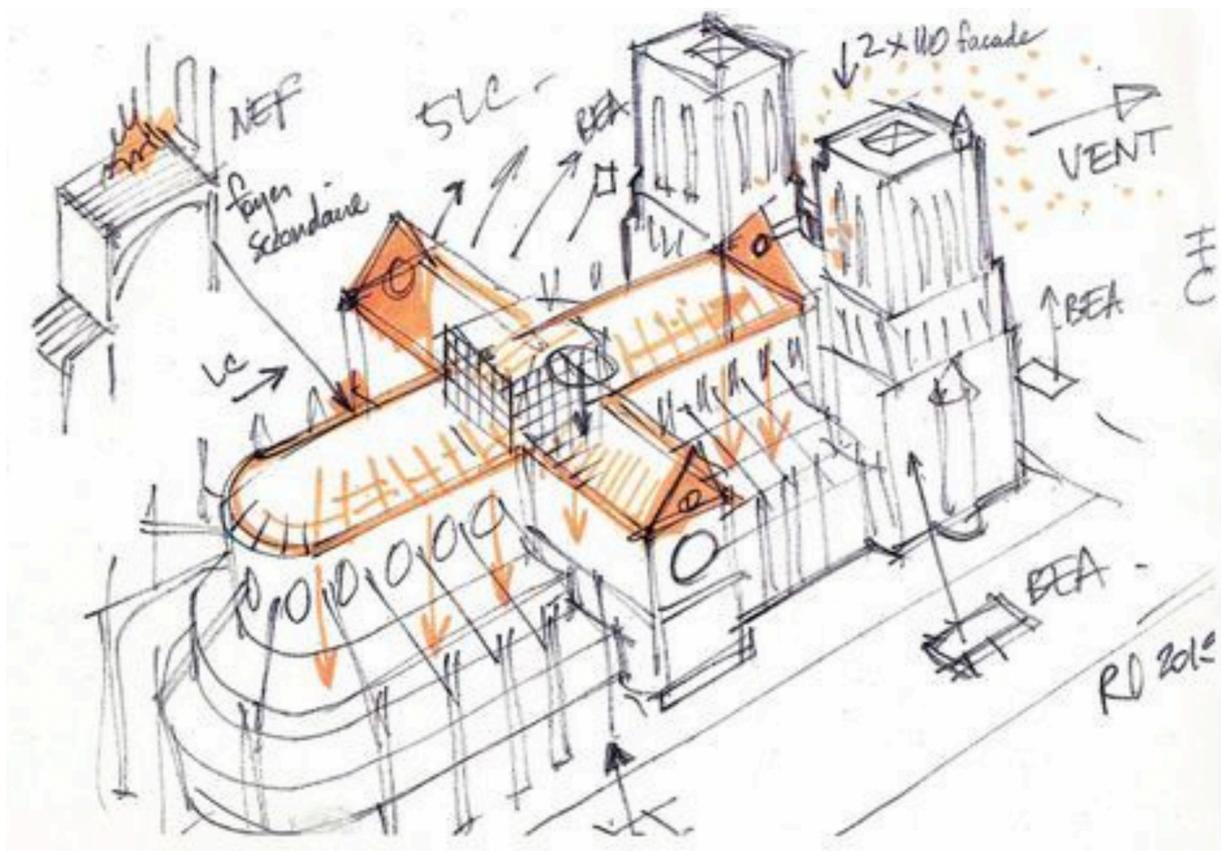


Schéma de la cathédrale réalisé lors de l'incendie par René Dosne, pompier retraité.

## Partie 4 — Les perchlorates

En 2008, la mission Mars phoenix de la Nasa découvre dans les sols martiens la présence de sels de perchlorate ( $\text{Mg}(\text{ClO}_4)_2$ ,  $\text{Ca}(\text{ClO}_4)_2$ ,  $\text{KClO}_4, \dots$ ), susceptibles de se décomposer sous l'effet de températures élevées ou d'une exposition aux rayons ultra-violetes solaires pour former des espèces chlorées capables de dégrader les acides aminés (constituants élémentaires des protéines) rendant l'habitabilité de Mars plus difficile que prévu. En 2015, la Nasa découvre également que ces sels de perchlorate mélangés à l'eau forment des saumures qui demeurent liquides lors des étés martiens et ravinent les terrains.

On étudie ici la réaction modélisée par l'équation suivante :



1. Énoncer la loi de Hess.
2. Calculer  $\Delta_r H^\circ$ , l'enthalpie standard de la réaction (1) à la température  $T_1 = 298 \text{ K}$ . La réaction est-elle endothermique? exothermique?
3. Énoncer la relation de Van't Hoff.
4. La constante d'équilibre de la réaction (1) à la température  $T_1 = 298 \text{ K}$  vaut  $K^\circ(T_1) = 6,43 \times 10^{-2}$ . En faisant l'hypothèse que  $\Delta_r H^\circ$  est indépendant de la température (approximation de Ellingham), exprimer  $K^\circ(T)$  en fonction des températures  $T$  et  $T_1$ , de  $R$ ,  $K^\circ(T_1)$  et de  $\Delta_r H^\circ$ .
5. Calculer la constante d'équilibre  $K^\circ(T_0)$  à la température  $T_0 = 210 \text{ K}$ .  
*Pour la suite, nous prendrons comme valeur  $K^\circ(T_0) = 1,7 \times 10^{-4}$ .*
6. Sur Terre, la pression atmosphérique au sol est de l'ordre de la pression standard  $P^\circ$  tandis que sur Mars, elle vaut environ  $8 \times 10^2 \text{ Pa}$ . La valeur de la constante d'équilibre à  $T_0 = 210 \text{ K}$  (température moyenne de surface sur Mars) est-elle influencée par les conditions de pression qui règnent sur Mars? Justifier la réponse.
7. Exprimer le quotient de réaction  $Q_r$  de la réaction (1) en fonction des activités des constituants, puis en fonction de la pression partielle en dioxygène  $P_{\text{O}_2}$  et de  $P^\circ$ .
8. Calculer la pression d'équilibre en dioxygène  $P_{\text{O}_2, \text{éq}}$  associée à la réaction (1) à la température  $T_0$ .
9. En réalité, il existe sur Mars un ensemble de mécanismes fixant la pression partielle en dioxygène gazeux : à  $T_0 = 210 \text{ K}$ , cette dernière vaut  $P'_{\text{O}_2} = 0,80 \text{ Pa}$ . À  $T_0 = 210 \text{ K}$  et pour une pression en dioxygène égale à  $0,80 \text{ Pa}$ , dans quel sens la réaction (1) est-elle thermodynamiquement possible? Justifier la réponse avec soin.

### Données

Constante des gaz parfaits  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$

### Enthalpies standard de formation à $T_1 = 298 \text{ K}$

Perchlorate de potassium solide  $\Delta_f H^\circ(\text{KClO}_4(\text{s})) = -432,8 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$   
Chlorate de potassium solide  $\Delta_f H^\circ(\text{KClO}_3(\text{s})) = -397,7 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$