TD de physique des ondes n° 0 — Révisions de 1re année

Ondes mécaniques

1 — Onde progressive ?

Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui représentent une onde progressive ; préciser alors la célérité de l'onde et représenter son allure spatiale à un instant t fixé.

1. $y(x,t) = A\sin(ax^2 - bt)$.

2. $y(x,t) = A/\cosh(ax+bt)$.

3. $y(x,t) = A\mathrm{e}^{-b(ax-t)^2}$.

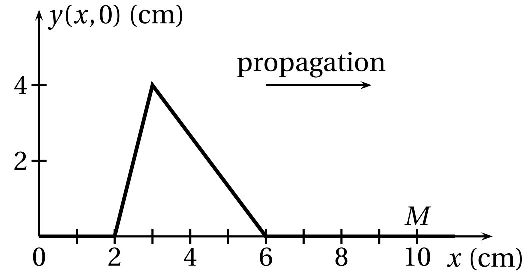
4. $y(x,t) = A\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin(\alpha x - bt)$.

5. $y(x,t) = A\cos(\omega t+\phi)\sin(kx+\psi)$.

6. $y(x,t) = A\cos(x+bt)\sin(x-at)$ avec $|b| \neq |a|$.

2 — Onde progressive

On représente l'aspect à l'instant $t=0$, d'une corde le long de laquelle se propage une onde transversale à la célérité $c = 0{,}2\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.



Représenter l'évolution temporelle $y_M(t)$ de l'onde au point M.

3 — Onde le long d'une corde — oral Mines

On considère une corde vibrante dont l'extrémité, en $x = L$, est fixée. On impose à l'extrémité située en $x=0$ le mouvement suivant :

- $0 \leqslant t \leqslant \tau$: $y(x=0,t)$ varie de 0 à a et $\dot{y}(x,t)$ est contante ;
- $\tau \leqslant t \leqslant 3\tau$: $y(x=0,t)$ reste constante ;
- $3\tau \leqslant t \leqslant 5\tau$: $y(x=0,t)$ varie de a à 0 et $\dot{y}(x,t)$ est constante.

On note c la célérité de l'onde de déformation et on a $\tau = 0{,}1L/c$.
Représenter l'allure de la corde aux instants 6τ et 13τ.

4 — Ondes progressives — Enac 2018

Une onde progressive sinusoïdale se propage selon la direction définie par un axe Ox ; en fonction de la coordonnée cartésienne x et du temps t, la fonction d'onde s'écrit

$$\psi(x,t) = \psi_\mathrm{m}\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right],$$

où ψ_m est l'amplitude de l'onde, ω la pulsation de l'onde et v une grandeur dont la nature sera demandée ultérieurement.

1. Quelle est la relation entre la fréquence ν de cette onde et sa pulsation ω ?

A) $\nu = 2\pi\omega$ **C)** $\nu = \dfrac{2\pi}{\omega}$

B) $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi}$ **D)** $\nu = \dfrac{\omega}{\pi}$

2. Que représente physiquement v et quelle est son unité SI (système international des unités) ? En déduire la signification physique du terme x/v.

A) v est une durée dont l'unité SI est la seconde ; x/v représente donc une vitesse.

B) v est la vitesse de propagation (ou célérité) de l'onde et son unité SI est le mètre par seconde ; x/v est le retard (temporel) dû à la propagation.

C) v est une position et son unité SI est le mètre ; x/v est donc un nombre sans dimension.

D) v est la vitesse de propagation (ou célérité) de l'onde et son unité SI est le mètre par seconde ; x/v n'a pas de signification particulière.

3. Comment peut s'écrire la fonction d'onde $\psi_\mathrm{r}(x,t)$ d'une onde qui se propage selon les x décroissants ?

A) $\psi_\mathrm{r}(x,t) = \psi_\mathrm{m}\cos\left[\omega\left(-t-\dfrac{x}{v}\right)\right]$

B) $\psi_\mathrm{r}(x,t) = \psi_\mathrm{m}\cos\left[\omega\left(t+\dfrac{x}{v}\right)\right]$

C) $\psi_\mathrm{r}(x,t) = \psi_\mathrm{m}\cos\left[\omega\left(-t+\dfrac{x}{v}\right)\right]$

D) $\psi_\mathrm{r}(x,t) = \psi_\mathrm{m}\cos\left[\omega\left(t-\dfrac{x}{v}\right)\right]$

4. Donner la relation entre la longueur d'onde λ, la fréquence ν et la vitesse de propagation v de l'onde.

A) $\lambda\nu = v$ **C)** $\dfrac{\nu}{\lambda} = v$

B) $\dfrac{\lambda}{\nu} = v$ **D)** Ces trois grandeurs ne sont pas reliées entre elles.

Introduction au monde quantique

5 — Fonction d'onde d'une particule dans un puits infini

Une particule quantique est confinée dans la zone comprise entre les plans $x = 0$ et $x = L$ dans un puits infini. On admet que sa fonction d'onde est de la forme

$$\psi(x,t) = A\sin(kx)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\,,$$

où A, k et ω sont des constantes réelles positives.

1. Déterminer les valeurs possibles de k en fonction de L et d'un entier positif n quelconque.

2. La probabilité de trouver la particule dans l'intervalle $[x, x+\mathrm{d}x]$ est $\left|\psi(x,t)\right|^2 \mathrm{d}x$. Justifier la condition de normalisation suivante :

$$\int_0^L \left|\psi(x,t)\right|^2 \mathrm{d}x = 1\,.$$

L'utiliser pour trouver l'expression de A en fonction de L.

3. Tracer $\left|\psi(x,t)\right|^2$ en fonction de x dans les cas $n = 1$ et $n = 2$. Commenter.

6 — Particule dans un puits de potentiel

On considère une particule de masse m et d'énergie E dans un puits de potentiel tel que l'énergie potentielle $V(x)$ est nulle pour $0 < x < L$ et infinie ailleurs. La probabilité de présence de la particule entre x et $x+\mathrm{d}x$ est proportionnelle au temps $\mathrm{d}t$ que met la particule à traverser cette zone.

1. On adopte une description classique.

1.a) En utilisant la conservation de l'énergie, calculer la vitesse $v(x)$ de la particule dans le puits.

1.b) On note $P(x)$ la densité de probabilité de la particule. Montrer qu'après normalisation on a $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x} = \dfrac{1}{L}$.

1.c) Calculer la probabilité de trouver la particule entre 0 et $\dfrac{L}{4}$. Commenter.

2. On adopte une description quantique. La fonction d'onde de la particule est

$$\psi_n(x,t) = A_n \sin\left(n\pi\frac{x}{L}\right)\exp\left(-ic\frac{E}{\hbar}t\right),$$

où n est un entier.

2.a) Calculer A_n.

2.b) Calculer la probabilité de présence de la particule entre 0 et $\dfrac{L}{4}$. Commenter.

2.c) Que se passe-t-il lorsque $n \to \infty$?

7 — Énergie minimale de confinement

1. Rappeler l'inégalité de Heisenberg. Que signifie-t-elle ?

2. Un quanton est confiné dans un domaine de longueur L_x selon Ox.

Montrer que son énergie cinétique est minorée par une énergie minimale, dite de confinement, dont donnera l'expression en fonction de m, L_x et $\hbar$.