

Test d'Informatique - Le 6 novembre 2023

Nom et prénom : _____

Consignes

Répondre aux questions sur la feuille. Pour les questions à choix multiple :

- une seule bonne réponse est possible ;
- cocher proprement la réponse qui semble juste ;
- une bonne réponse rapporte tous les points de la question, une mauvaise réponse retire $\frac{1}{4}$ des points de la question. Par exemple, une mauvaise réponse à la question 1 retire 0.25 point.

Énoncé

Vers 1845, F. VERHULST propose un modèle de croissance de la population dite équation différentielle logistique, exprimée sous la forme : $p'(t) - ap(t) + bp(t)^2 = 0$, où $p(t)$ est le nombre d'individus (en milliards) et a et b deux coefficients réels. En 1965, les scientifiques ont établi que le couple $a = 0.029$ et $b = 2.695 \times 10^{-3}$ permettaient de rendre compte de l'évolution de la population mondiale depuis le début du XX^{ème} siècle. On posera $p(t_0 = 0) = 3.34$, l'année $t_0 = 0$ correspondant en réalité à l'an 1965 : les années 1966, 1967... correspondent ainsi respectivement à $t = 1.$, $t = 2.$...

Pour résoudre cette équation, on emploie la méthode d'EULER, qui, pour rappel, passe par la discrétisation de l'intervalle de résolution. On note ainsi t_k la k -ième valeur de la variable t et p_k la k -ième valeur de la fonction p calculée par cette méthode, en supposant que $p(t_k) \simeq p_k$. k est un nombre entier dont la valeur maximale est ici $N = 1000$, valeur qui définit le pas h de la résolution. L'équation différentielle sera par ailleurs réécrite sous la forme $p'(t) = f(p, t)$, où f est une fonction de p et de la variable t . Le squelette du code Python nécessaire pour résoudre cette équation est donné ci-dessous :

```
1  ## Conditions initiales
2  t0 = .....
3  p0 = .....
4  a  = .....
5  b  = .....
6
7  ## Donnees de la simulation
8  tf = .....
9  N  = .....
10 h  = .....
11
12 ## Preparation au stockage des pk et des tk dans des tableaux numpy
13 T  = .....
14 P  = .....
15
16 ## Définition de la fonction f(p)
17 def f(p):
18     return .....
```

```

19  ## Resolution
20  for k in range(.....):
21      .....
22
23  import matplotlib.pyplot as plt
24  plt.plot(T,P)

```

1. (1 point) Quelle instruction écrire pour importer la bibliothèque `numpy` sous l'alias `np` ?

- `from numpy import np`
- `import numpy as np`
- `import numpy.numpy`
- `from np import numpy`
- Aucune des réponses précédentes ne convient.

2. (1 point) Quelle relation de récurrence existe entre les valeurs discrètes de la fonction p ?

- $p_k = p_{k+1} + f(p_{k+1})$
- $p_{k+1} = p_k + f(p_k)$
- $p_{k+1} = p_k + h * f(p_{k+1})$
- $p_{k+1} = p_k + h * f(p_k)$
- Aucune des réponses précédentes ne convient.

3. (1 point) Recopier et compléter les lignes 2 à 5 du code fourni :

Solution:
`t0 = 0.`
`p0 = 3.34`
`a = 0.029`
`b = 2.695e-3`

4. (2 points) On cherche à évaluer la population mondiale en 2023. Recopier et compléter alors les lignes 8 à 10 du code fourni :

Solution:
`tf = 58.` (car 2023-1965=58)
`N = 1000`
`h = (tf-t0)/N`

5. (1 point) On veut initialiser le tableau des instants `tk` à l'aide de la fonction `linspace` de la bibliothèque `numpy`. On rappelle que cette fonction prend en argument le début, la fin et le nombre d'éléments contenus dans l'intervalle de valeurs des `tk`. Choisir parmi les propositions suivantes celle qui peut convenir :

- `T=np.linspace(t0,tf,N+1)`

- `T=np.linspace(tf,t0,N)`
- `T=np.linspace(t0,tf,h)`
- `T=np.linspace(t0,tf,h+1)`
- Aucune des réponses précédentes ne convient.

6. (1 point) On veut initialiser le tableau des termes p_k comme un tableau numpy contenant $N + 1$ fois la valeur initiale p_0 . Choisir parmi les propositions suivantes celle qui peut convenir :

- `P=np.linspace(p0,P[N+1],N+1)`
- `P=np.linspace(p0,P[N],N+1)`
- `P=np.array(p0*(N+1))`
- `P=np.zeros(p0)`
- Aucune des réponses précédentes ne convient.

Solution:

La bonne réponse est `P=np.array([p0]*(N+1))`.

7. (1 point) La ligne 18 s'écrit :

- `return a*p[t]+b*p[t]**2`
- `return a*p[k+1]-b*p[k+1]**2`
- `return a*p0-b*p0**2`
- `return a*p[k]-b*p[k]**2`
- Aucune des réponses précédentes ne convient.

Solution:

La bonne réponse est `return a*p-b*p**2`.

8. (1 point) La ligne 20 s'écrit :

- `for k in range(0,len(P))`
- `for k in range(0,N)`
- `for k in range (T)`
- `for k in range(len(N))`
- Aucune des réponses précédentes ne convient.

9. (2 points) La ligne 21 s'écrit :

- `P[k] = P[k+1] + h*f(P[k+1])`
- `P[k+1] = P[k] + h*f(P[k])`
- `T[k+1] = T[k] + h`
- `P[k+1] = P[k+1] + h*f(P[k+1])`
- Aucune des réponses précédentes ne convient.

Question	Points	Score
1	1	
2	1	
3	1	
4	2	
5	1	
6	1	
7	1	
8	1	
9	2	
Total:	11	