Centre d'intérêt 3

Asservissements

Stabilité

PSI - MP : Lycée Rabelais

Pré-requis

Cours de première année (et rappels) sur les asservissements

Cours sur la stabilité des systèmes asservis

Objectifs

Savoir analyser les performances d'un système asservi (stabilité notamment)

1 Utilisation des pôles dominants

On considère un système asservi ayant pour entrée la variable E et pour sortie la variable S.

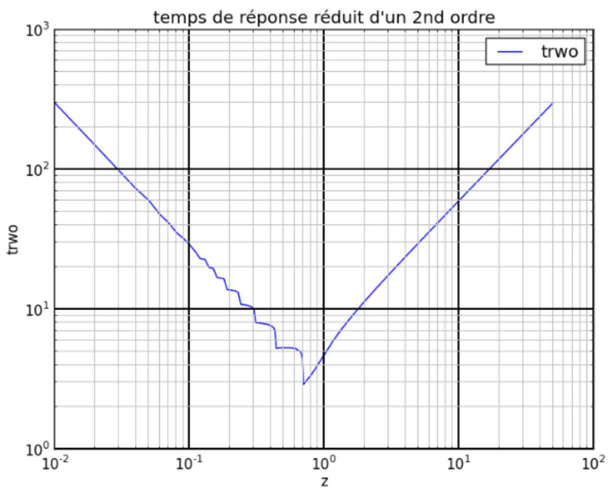
La fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) de cet asservissement est notée $FTBF(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)}$.

1.1 Premier problème

On considère que la FTBF a deux pôles $p_{1F} = -0,21$ rad/s et $p_{2F} = -0,028$ rad/s. La fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) a un gain statique égal à 7,3 et a deux pôles $p_{1O} = -0,22$ rad/s et $p_{2O} = -0,013$ rad/s.

Question 1. La réponse à une entrée en échelon présentera-t-elle des dépassements ?

Question 2. En utilisant l'abaque ci-dessous déterminer le temps de réponse à 5% de ce système asservi.



Question 3. Sans utiliser l'abaque, mais en utilisant l'ordre de grandeur des pôles, donner une approximation du temps de réponse à 5%. Proposer également une expression simplifiée de $FTBF(p)$.

Question 4. Tracer la réponse à un échelon pour ce système asservi en prenant en compte et sans prendre en compte la simplification effectuée à la question précédente.

Question 5. Déterminer les marges de phases et de gain.

1.2 Deuxième problème

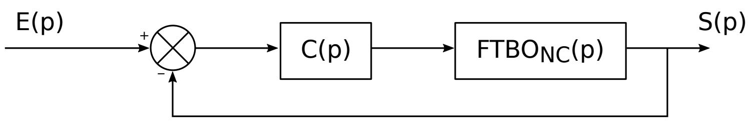
On considère cette fois-ci que la FTBF a un gain unitaire et trois pôles $p_{1F} = -4.34$ rad/s, $p_{2F} = -0,081 + 0,72 \times j$ rad/s et $p_{3F} = -0,081 - 0,72 \times j$ rad/s.

Question 6. La réponse à une entrée en échelon présentera-t-elle des dépassements ? Le système asservi sera-t-il précis ?

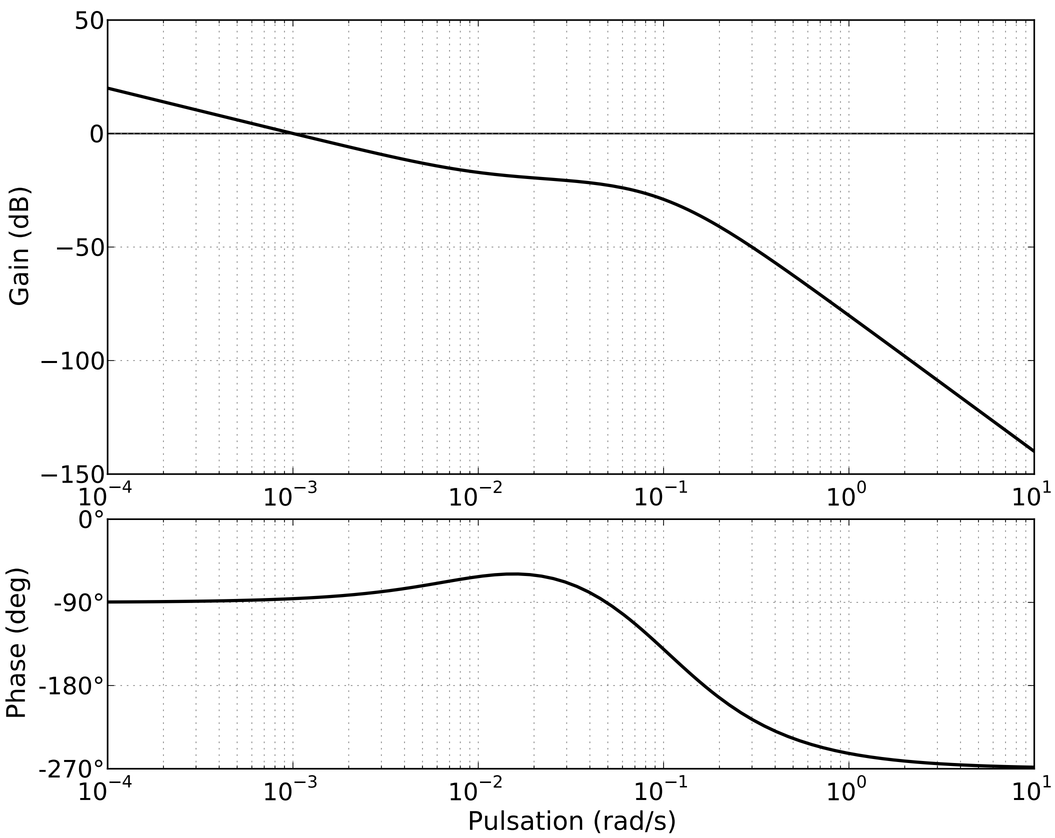
Question 7. En utilisant l'abaque fourni ci-dessus donner une valeur approchée du temps de réponse à 5% de ce système asservi.

2 Choix d'un correcteur

On considère la structure d'asservissement définie ci-dessous :



On a choisi un correcteur intégral : $C(p) = \dfrac{K_i}{p}$. La figure ci-dessous donne le diagramme de Bode obtenu pour $K_i = 100$.



Q° - Déterminer les valeurs de K_i qui permettent de respecter les marges de stabilité : $M_\phi > 45°$ et $M_G > 15$ dB.

3 Dimensionnement d'une roue autonome pour une implantation sur un fauteuil roulant ★

La roue autonome ez-Wheel intègre, au sein d'une roue, tous les composants nécessaires à la traction : la motorisation électrique, des batteries haute énergie de très longue durée de vie, un contrôleur de puissance assurant un pilotage optimal et la gestion de la batterie ainsi qu'une interface de commande sans fil. La transmission de l'énergie est réalisée par un variateur, un moteur brushless puis un réducteur. La position angulaire de la roue est mesurée par trois capteurs à effet Hall.

La commande de deux roues dans le cadre d'une application pour fauteuil roulant n'est pas aussi simple que la commande d'une seule roue. Une vitesse différente sur chaque roue entraînerait la modification de l'orientation du fauteuil. La chaîne d'asservissement de chaque roue doit donc satisfaire aux éléments du cahier des charges ci-dessous :

Marge de phase	$> 45°$
Marge de gain	> 15 dB
Erreur statique pour une vitesse de consigne en ligne droite	< 10 %
Dépassement en vitesse	aucun
Temps de réponse à 5 %	$< 0{,}3$ s

Le moteur brushless peut être modélisé comme un moteur à courant continu. Cela signifie que les équations suivantes doivent être vérifiées :

$$u_m(t) = R_m i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt} + e_m(t) \qquad ; \qquad c_m(t) = K_i i_m(t)$$
$$J\frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t) \qquad ; \qquad e_m(t) = K_e \omega_m(t)$$

où :

- u_m est la tension aux bornes de l'induit (en V)
- i_m est le courant aux bornes de l'induit (en A)
- e_m est la tension contre-électromotrice (en V)
- ω_m est la vitesse de rotation de l'arbre moteur (en rad/s)
- c_m est le couple moteur (en N.m)
- c_r est le couple résistant (en N.m)
- R_m est la résistance de l'induit ($R_m = 0{,}18\ \Omega$)
- L_m est l'inductance de l'induit ($L_m = 0{,}8\ mH$)
- J est la moitié de l'inertie équivalente de l'ensemble du fauteuil ramené sur l'axe du moteur ($J = 0{,}5$ kg.m^2)
- K_i est la constante de couple du moteur ($K_i = 0{,}2$ N.m/A)
- K_e est la constante de force contre-électromotrice ($K_e = 0{,}2$ V.s/rad)

Les capteurs à effet Hall sont modélisés par un gain pur. La sortie du capteur de gain K_{cap}, notée $m(t)$, est soustraite à la sortie de l'amplificateur qui permet de convertir la vitesse de consigne notée $\omega_{cons}(t)$, en une tension de consigne $u_{cons}(t) = K_a \omega_{cons}(t)$. On prendra $K_{cap} = 0{,}2$ Vs/rad. L'écart obtenu est alors corrigé par un correcteur de fonction de transfert $C(p) = K_p$ dont la sortie est la tension d'alimentation du moteur $u_m(t)$. Le réducteur a pour rapport de transmission $\lambda = 5{,}25$.

Question 1 : Mettre en place le schéma-bloc du système. Comment choisir le gain K_a pour que la vitesse angulaire de l'arbre moteur soit correctement asservie, c'est-à-dire pour que l'écart soit nul lorsque l'erreur est nulle ?

On note les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ telles que : $\Omega_m(p) = H_1(p)\Omega_{cons(p)} + H_2(p)C_r(p)$.

Question 2 :

A- Sans perturbation, exprimer la fonction de transfert $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ sous forme canonique.

B- Calculer $H_1(p)$ et $H_2(p)$. Mettre ces fonctions de transfert sous forme canonique.

Question 3 : Pour quelles valeurs de K_p l'asservissement est stable ?

On note $FTBO(p) = \frac{M(p)}{\varepsilon(p)}$, la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

Question 4 : Déterminer $FTBO(p)$ et l'écrire sous forme canonique.

On prendra dans la suite du problème :

$$FTBO(p) = \frac{M(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_p}{1 + 2,25p + 0,01p^2}$$

Question 5 : Faire le tracé asymptotique et le tracé réel des diagrammes de Bode de la fontion de transfert en boucle ouverte pour $K_p = 1$.

Question 6 : Pour quelles valeurs de K_p la marge de gain du cahier des charges est-elle vérifiée ?

Question 7 : Pour quelles valeurs de K_p la marge de phase du cahier des charges est-elle vérifiée ?

On donne $V(t) = \frac{R}{2}(\omega_g(t) + \omega_d(t))$ avec :

- $V(t)$ est la vitesse linéaire du fauteuil
- R est le rayon d'une roue arrière de fauteuil ($R = 0{,}4$ m)
- ω_g et ω_d sont les vitesses de rotation des roues arrières gauche et droite.

De plus en ligne droite, on a $\omega_g(t) = \omega_d(t)$. Le couple résistant est négligé ($c_r(t) = 0$) et la fonction de Heaviside sera notée $u(t)$.

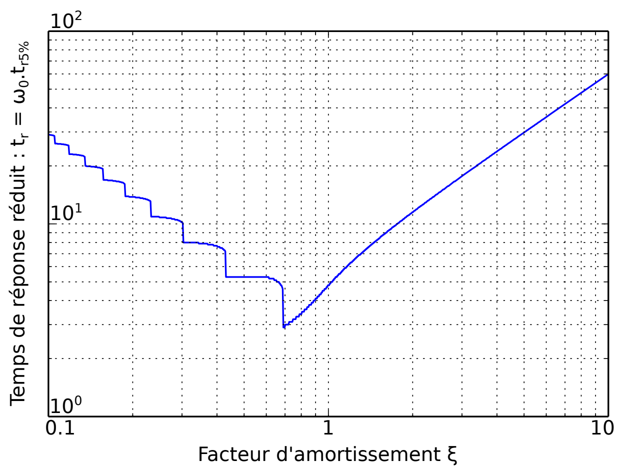
Question 8 : Pour une entrée en échelon, $\omega_{cons} = \omega_c u(t)$, donner la valeur finale de $\omega_m(t)$ en fonction de K_{cap}, K_p, K_e et ω_c. En déduire les valeurs de K_p qui permettent la validation du critère de précision du cahier des charges.

On notera ξ le coefficient d'amortissement et ω_0 la pulsation propre du dénominateur de $H_1(p)$.

Question 9 : Donner les expressions littérales de ξ et ω_0 en fonction des paramètres du problème. Calculer les valeurs numériques en fonction de K_p.

Question 10 : Quelle valeur de ξ permet d'obtenir une réponse de la roue la plus rapide possible sans dépassement ? Quel est alors la valeur numérique de K_p ?

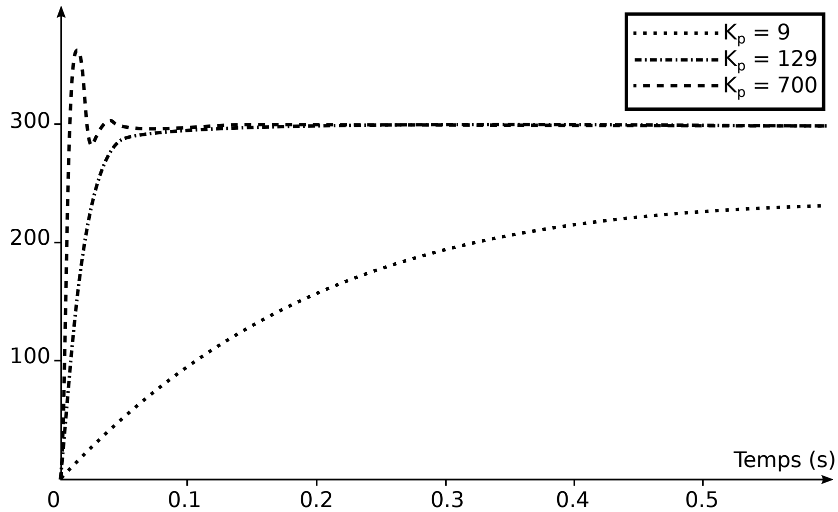
Question 11 : À partir de l'abaque ci-dessous, déterminer le temps de réponse à 5 % du moteur pour la valeur de K_p déterminée à la question précédente ?



Question 12 : Conclure l'étude en proposant une valeur numérique de K_p qui permette de vérifier l'ensemble du cahier des charges tout en maximisant la rapidité du système.

Plusieurs simulation de la vitesse de rotation de l'arbre moteur $\omega_m(t)$ ont été réalisées (figure ci-dessous) pour des valeurs de gain K_p différentes et avec pour entrée $\omega_{cons}(t) = 300\ u(t)$ (en rad/s) et $c_r(t) = 50u(t-\tau)$ (en N.m) avec $\tau = 0{,}25$ s.

Question 13 : Analyser la réponse obtenue par rapport aux trois performances (précision, dépassement, rapidité). Conclure quant au choix de la valeur de K_p à la question précédente.



Question 14 :

A- Déterminer, en régime établi et **sans asservissement**, la vitesse de rotation en sortie du moteur notée ω_m^∞ lorsque celui-ci est alimenté par une tension en échelon d'amplitude U_m^∞ et en présence d'une perturbation en échelon d'amplitude C_r^∞.

B- Justifier que, lorsque le rendement du moteur est parfait et qu'il n'y a pas de perturbation, $K_e = K_i$.