

Révisions de cinématique et de géométrie

PSI - MP : Lycée Rabelais



Pré-requis

Géométrie vectorielle

Cours de première année sur la cinématique



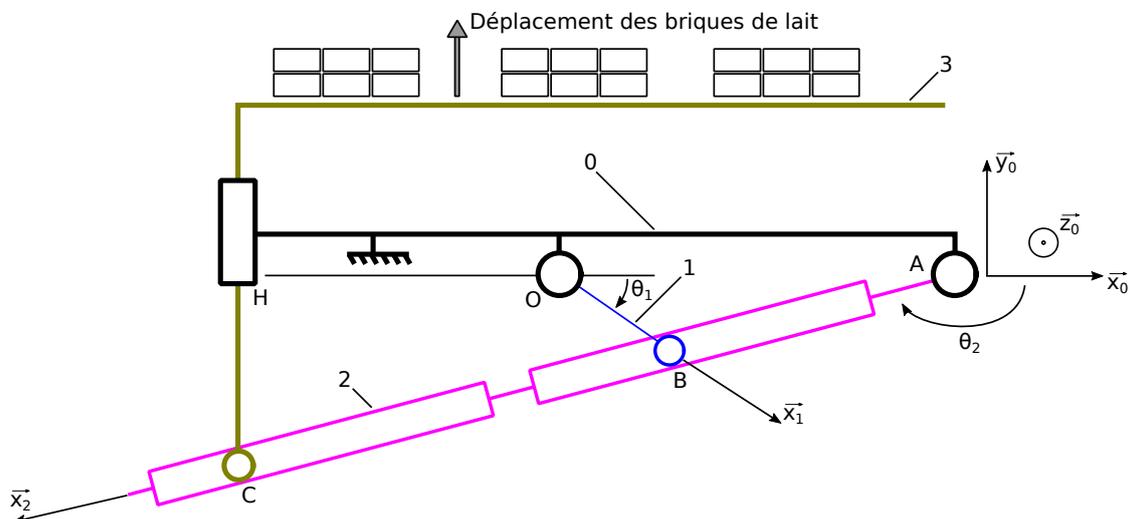
Objectifs

Savoir exploiter une fermeture géométrique

Savoir calculer une vitesse

1 Palettiseur pour l'industrie laitière ★

Les briques de lait de 1 L sont stockées par packs de 6 et déposées sur des palettes pour faciliter le transport par camion. Dans une chaîne de conditionnement, on utilise souvent des poussoirs qui permettent de mouvoir tout un lot de briques. On se propose d'étudier un de ces poussoirs représenté sur le schéma ci-dessous.



Le cahier des charges impose une course de la pièce 3 de 50 cm au minimum.

Le bâti est noté 0. Un motoréducteur anime en rotation la manivelle 1. Par l'intermédiaire de deux liaisons sphère-cylindre en B et C, le mouvement de rotation de la pièce 1 modifie la position de la pièce 3.

On donne le paramétrage suivant :

- $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$; $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ et $\vec{z}_0 = \vec{z}_1 = \vec{z}_2$
- $\vec{AB} = \mu \vec{x}_2$; $\vec{AC} = \lambda \vec{x}_2$; $\vec{HC} = y \vec{y}_0$; $\vec{OB} = R \vec{x}_1$; $\vec{HA} = L \vec{x}_0$; $\vec{OA} = L_1 \vec{x}_0$
- $R = 0,15 \text{ m}$; $L = 2L_1 = 0,5 \text{ m}$

Les distances λ , μ , x et y sont variables.

Question 1. Mettre en place les figures de changement de base.

Question 2. Écrire la fermeture géométrique (OAB).

Question 3. Déterminer une relation entre la longueur μ et l'angle θ_1 . Quelle doit être la course du point B dans la liaison entre les pièces 1 et 2 ?

Question 4. Écrire la fermeture géométrique (HAC).

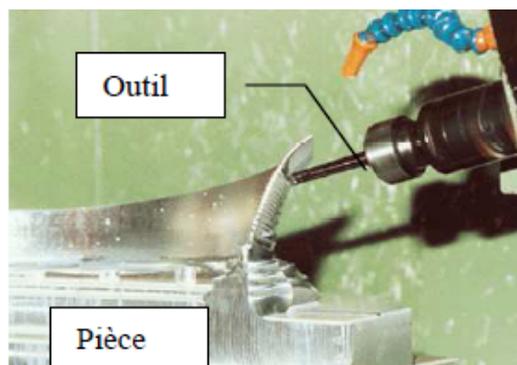
Question 5. En déduire la loi entrée-sortie sous la forme $y = f(\theta_1)$ où f est une fonction à déterminer.

Question 6. Déterminer la course du poussoir 3. Conclure vis-à-vis de l'exigence du cahier des charges.

Question 7. Déterminer le débattement angulaire de la pièce 2.

2 Centre d'usinage 5 axes ★

L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d'usinage une machine outil ou un centre d'usinage. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue avec un outil muni d'au moins une arête coupante (figure ci-dessous).

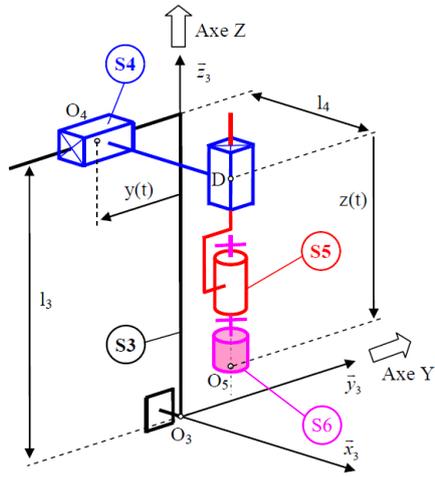


La machine étudiée est un exemple de machine 5 axes (3 translations et 2 rotations). Les axes de la machine correspondent à un ensemble qui gère l'un des mouvements élémentaires de la machine. Sur le support étudié, 2 axes sont utilisés pour positionner l'outil par rapport au bâti (axes de translations Y et Z) et 3 axes sont utilisés pour mettre en mouvement la pièce par rapport au bâti (axe de translation X et axes de rotations B et C). Le tableau ci-dessous récapitule les amplitudes de chacun des mouvements élémentaires :

Axe	Variable	Course	Vitesse maximale
X	$x(t)$	800 mm	40 m/min
Y	$y(t)$	600 mm	40 m/min
Z	$z(t)$	500 mm	40 m/min
B	$\theta_1(t)$	$30^\circ / -110^\circ$	150 tr/min
C	$\theta_2(t)$	360°	250 tr/min

Objectif de l'étude : Déterminer les conditions cinématiques à imposer pour obtenir une vitesse d'usinage constante.

La chaîne cinématique pour déplacer l'outil est représentée sur la figure ci-dessous :



Les solides S3, S4 et S5 sont associés aux repères suivants : $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$
 $R_4(O_4, \vec{x}_4 = \vec{x}_3, \vec{y}_4 = \vec{y}_3, \vec{z}_4 = \vec{z}_3)$
 $R_5(O_5, \vec{x}_5 = \vec{x}_3, \vec{y}_5 = \vec{y}_3, \vec{z}_5 = \vec{z}_3)$

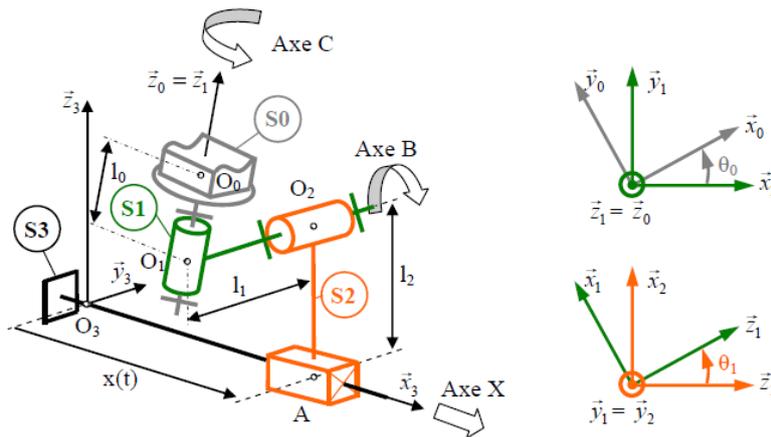
On pose : $\vec{O_3O_4} = y \cdot \vec{y}_3 + l_3 \cdot \vec{z}_3$
 $\vec{O_4D} = l_4 \cdot \vec{x}_4$
 $\vec{DO_5} = z \cdot \vec{z}_5$

Le solide S6 correspond à l'outil coupant. Le point O_5 représente l'extrémité de l'outil. C'est ce point qui sera en contact avec l'objet à usiner.

Question 1. Exprimer $\vec{O_3O_5}$ dans la base du référentiel R_3 .

Question 2. Donner l'expression de $\vec{V}_{O_5 \in 6/3}$ de deux manières différentes.

La chaîne cinématique pour déplacer la pièce à usiner par rapport au bâti est fournie sur la figure suivante :



Les solides S_0, S_1, S_2 et S_3 sont respectivement associés aux repères suivants :

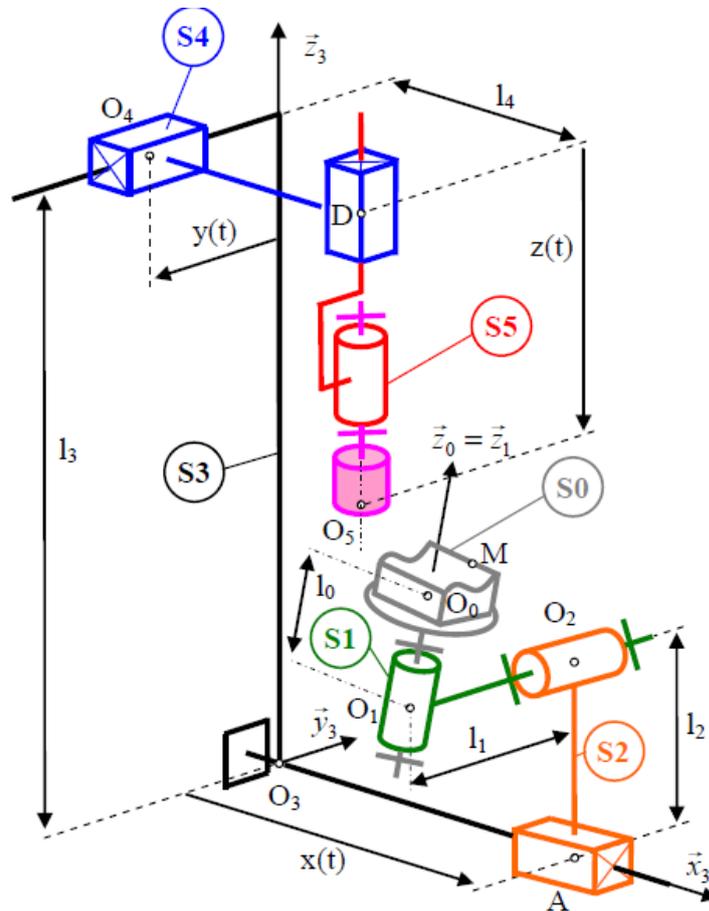
Solide	Repère
S_0	$R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$
S_1	$R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_2, \vec{z}_1)$
S_2	$R_2(O_2, \vec{x}_2 = \vec{x}_3, \vec{y}_2 = \vec{y}_3, \vec{z}_2 = \vec{z}_3)$
S_3	$R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$

Le solide S_0 correspond à l'objet à usiner. Le point O_5 qui représente l'extrémité de l'outil devra donc être en contact avec la surface à usiner.

La géométrie de la machine est donnée par : $\vec{O_3A} = x \vec{x}_3$; $\vec{AO_2} = l_2 \vec{z}_3$; $\vec{O_2O_1} = -l_1 \vec{y}_3$; $\vec{O_1O_0} = l_0 \vec{z}_1$

Question 3. Déterminer l'expression de $\vec{V}_{O_0 \in 0/3}$.

La cinématique complète de la machine est donnée sur la figure suivante :



La surface à usiner est définie comme un ensemble de points M de coordonnées (x_M, y_M, z_M) dans le repère R_0 . Pour que l'usinage ait lieu, **il faut que les points M et O_5 soient confondus**.

On note $\vec{V}_{M \in O/3} = v_{x_M} \vec{x}_3 + v_{y_M} \vec{y}_3 + v_{z_M} \vec{z}_3$.

Question 4. Déterminer v_{y_M} (projection de $\vec{V}_{M \in O/3}$ sur le vecteur \vec{y}_3).

Question 5. Déterminer la (ou les) contrainte(s) cinématique(s) à appliquer sur v_{x_M} , v_{y_M} , v_{z_M} , et \dot{y} et \dot{z} pour assurer le critère de qualité d'usinage du cahier des charges c'est-à-dire pour avoir une vitesse d'usinage constante

$$\vec{V}_{M \in S6/S0} = \begin{pmatrix} v_{ux} \\ v_{uy} \\ v_{uz} \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$$