

Asservissements et dynamique

Modélisation d'un moteur à courant continu

PSI : Lycée Rabelais

Un nombre important de systèmes industriels nécessitent le pilotage d'un moteur à courant continu. Il est indispensable de modéliser ces moteurs à courant continu pour être capable de réaliser un asservissement adapté.

On cherchera ici à modéliser le moteur à l'aide d'une modélisation numérique "*mutiphysique*" et à vérifier le résultat fourni. Cela consiste à utiliser des blocs qui représentent un ou des phénomènes physiques. Comme son nom l'indique, plusieurs domaines de la physique peuvent être modélisés. Ici, par exemple, il y aura des phénomènes mécaniques et des phénomènes électriques.

1 Équations associées à la modélisation d'un moteur à courant continu

Le moteur à courant continu est modélisé, dans son régime linéaire, par les quatre équations suivantes :

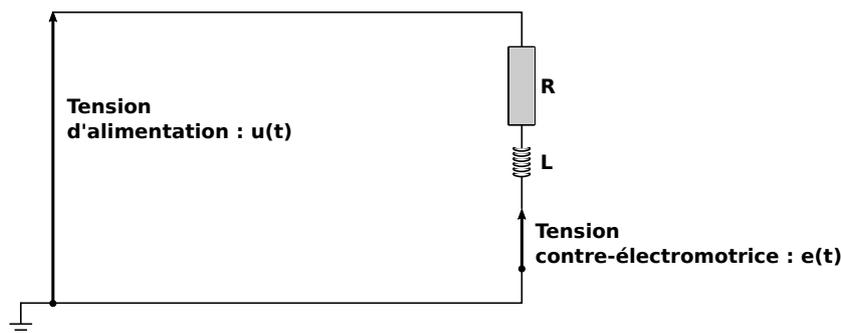
$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt}(t) \quad (\text{eq. 1})$$

$$C_m(t) = K_i \cdot i(t) \quad (\text{eq. 2})$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (\text{eq. 3})$$

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt}(t) = C_m(t) - C_{\text{pert}}(t) - f \cdot \omega(t) \quad (\text{eq. 4})$$

L'**équation 1** correspond à la modélisation de la partie électrique du moteur (voir schéma-électrique ci-dessous). L'induit du moteur (les bobinages) est modélisé par une résistance R en série avec une inductance L . La tension e est appelée "force" contre-électromotrice (mais c'est bien une tension). Cette tension apparaît compte-tenu des effets électromagnétiques présents dans le moteur.



Ces phénomènes électromagnétiques sont modélisés par les **équations 2 et 3**. On les appelle aussi équations de couplage électro-mécanique. Le courant i circulant dans la bobine génère des forces de Laplace qui se traduisent par un

couple moteur C_m . L'équation 3 traduit le lien entre la vitesse angulaire et la "force" contre-électromotrice. Ces deux relations seront démontrées, en cours de physique, en fin d'année.

L'équation 4 correspond à l'équation de dynamique obtenue en isolant l'arbre moteur et en lui appliquant le principe fondamental de la dynamique sachant qu'il est soumis au couple moteur C_m , à un couple de frottements secs C_{pert} (frottements secs par exemple) et un couple de frottements visqueux (terme $-f \cdot \omega(t)$).

2 Modélisation mécanique

On considère ici le rotor en liaison pivot soumis à un couple moteur C_m et un couple de frottements secs C_{pert} ainsi que des frottements visqueux (dont le coefficient de frottements visqueux est f). L'équation de mouvement est donc la suivante.

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt}(t) = C_m(t) - C_{\text{pert}}(t) - f \cdot \omega(t) \quad (\text{eq. 4})$$

Et J est le moment d'inertie du rotor.

2.1 Fonctionnement en quasi-statique ($\omega \approx 0$ rad/s)

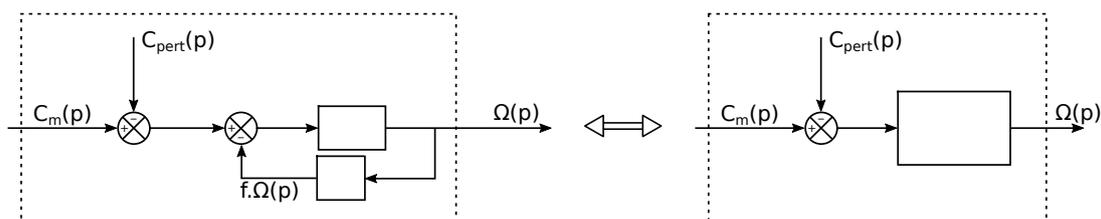
Question 1. Réécrire l'équation différentielle dans ce cas. Tracer alors, en fonction du temps, l'allure de ω en supposant que :

- le couple moteur est un échelon d'amplitude C_{m0} ;
- le couple de frottements secs est aussi un échelon dont l'amplitude est alors C_{r0} où $C_{r0} < C_{m0}$.

Question 2. Justifier que ce modèle est aberrant lorsque le temps devient grand.

2.2 Fonctionnement dans le cas général

Question 3. Montrer que l'équation différentielle complète peut se mettre sous les formes suivantes (on complètera les schémas-blocs).



Question 4. Tracer, en fonction du temps et sans résoudre l'équation différentielle, l'allure de ω en supposant que :

- le couple moteur est un échelon d'amplitude C_{m0} ;
- le couple de frottements secs est aussi un échelon dont l'amplitude est alors C_{r0} où $C_{r0} < C_{m0}$.

Question 5. Déterminer le temps caractéristique, noté τ , et la valeur finale de ω , notée ω_f .

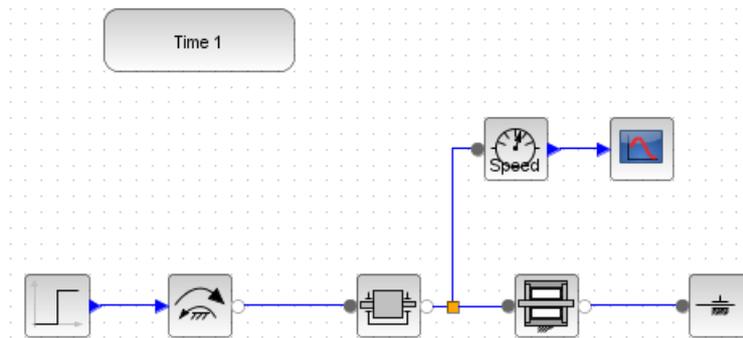
2.3 Modélisation multi-physique

On cherche maintenant à mettre en place un modèle numérique de la partie mécanique du moteur.

Lancer Scilab.

Pour une bonne compatibilité des différents modules sur Scilab, vous n'utiliserez que des blocs issus de la bibliothèque SIMM.

Mettre en place le schéma-bloc ci-après (la documentation et la localisation des blocs sont données sous le schéma).



Désignation	Représentation	Localisation (palette)	Paramétrage
Solide en rotation autour d'un axe fixe		Mechanical / Rotational_1D / Basic / MMR_Inertia	1 kg.m ²
Couple (ici moteur)		Mechanical / Rotational_1D / Sources / MMR_Inertia	
Signal en échelon d'une grandeur (ici le couple)		Signaux / MBS_Step	Amplitude : 20 N.m Temps décalage : 1 s
Frottements dans la liaison pivot		Mechanical / Rotational_1D / Basique / RotationalFriction	Tau_prop : 1 N.m/(rad/s) Tau_Coulomb : 5 N.m
Capteur de position, vitesse ou accélération (ici vitesse)		Mechanical / Rotational_1D / Mesure / CMRS_GenSensor	Vitesse : 1 - L'affichage sur le bloc dépendra de ce que vous indiquerez.
Affichage		Utilitaires / Visualisation / ISCOPE	Amplitude : Possibilité d'avoir plusieurs entrées (non nécessaire ici)
Étude temporelle		Utilities / Studies / IREP_TEMP	Durée : 15 s Nombre de points = 200

Question 6. La partie théorique précédente est-elle validée (calculez les valeurs numériques nécessaires).

Question 7. Imposer un coefficient de frottement visqueux $f = 0$. Retrouve-t-on le résultat du fonctionnement en quasi-statique (relever notamment la valeur de la pente) ?

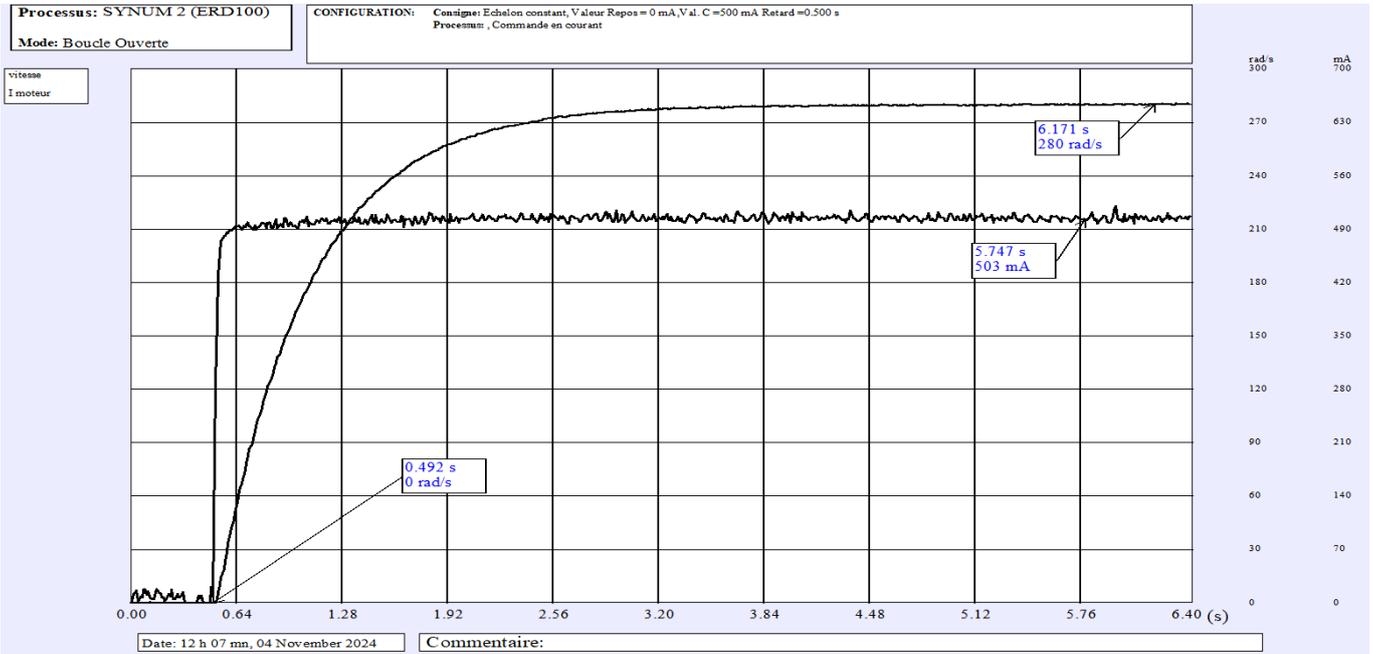
Question 8. Comment devrait évoluer la vitesse de rotation si on choisit $C_{m0} < C_{r0}$? Ce résultat est-il confirmé ?

2.4 Identification des différents paramètres

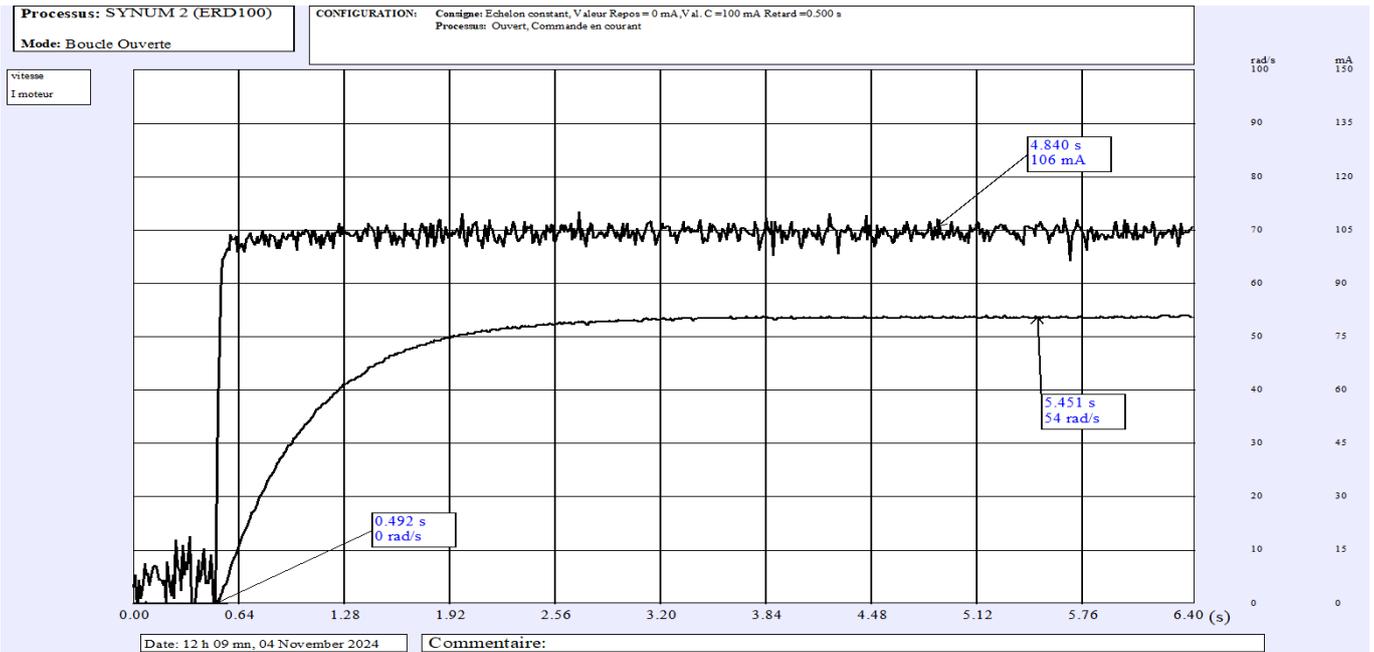
Sur un moteur, deux essais ont été réalisés. La vitesse de rotation et l'intensité dans le moteur ont été mesurées.

On rappelle (équation fournie en début de TP) que $C_m(t) = K_i \cdot i(t)$ (eq. 2) avec $K_i = 43,8 \cdot 10^{-3}$ N.m/A

Essai n°1



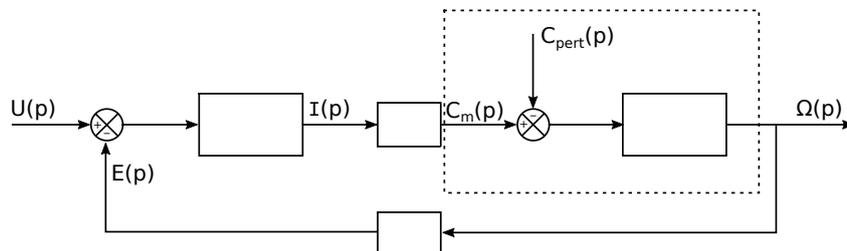
Essai n°2



Question 9. En déduire les valeurs numériques de J , f et C_{r0} .

3 Modélisation complète du moteur

Question 10. Écrire les quatre équations dans le domaine de Laplace puis compléter le schéma-blocs ci-dessous :



Question 11. Déterminer les fonctions de transfert $H_U(p)$ et $H_C(p)$ telles que $\Omega(p) = H_U(p) \cdot U(p) + H_C(p) \cdot C_{\text{pert}}(p)$.

On prendra, pour la suite, les valeurs suivantes :

J valeur identifiée précédemment

$R = 8.1 \Omega$

$L = 0.001 \text{ H}$

$K_i = K_e = 43,8 \cdot 10^{-3} \text{ N.m/A}$ (ou $\text{V}/(\text{rad/s})$, c'est la même unité)

f valeur identifiée précédemment

C_{r0} valeur identifiée précédemment

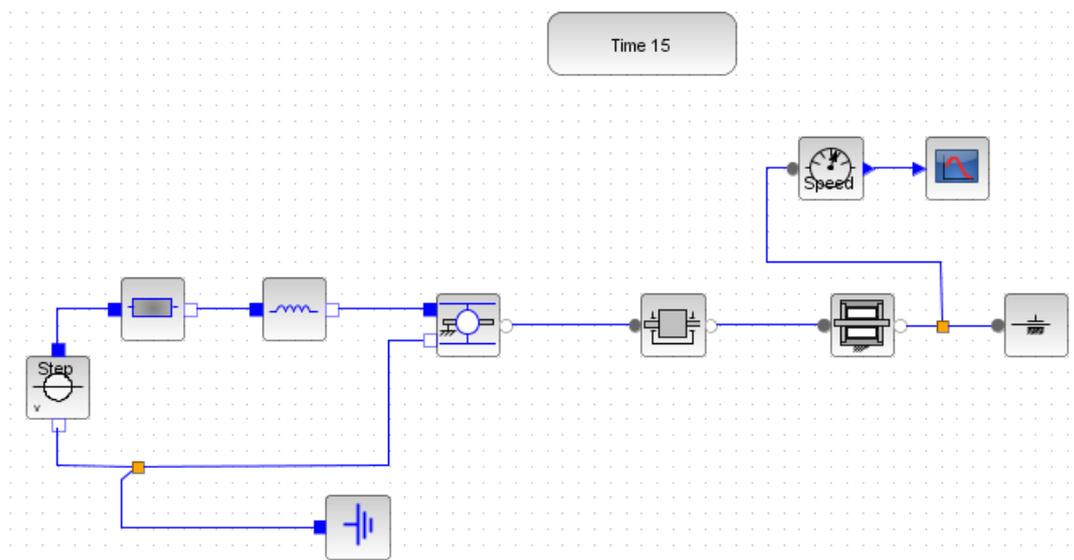
On supposera que les entrées sont des échelons notamment de tension où $U(p) = \frac{U_0}{p}$ où $U_0 = 5 \text{ V}$.

Question 12. Déterminer numériquement le coefficient d'amortissement ξ et la pulsation propre ω_0 de ces fonctions de transfert.

Question 13. Calculer analytiquement la vitesse en régime permanent pour une entrée en échelon d'amplitude U_0 et une perturbation $C_{\text{pert}0}$. Montrer que, si les frottements sont négligés, la vitesse de rotation en régime établi est proportionnelle à la tension d'alimentation.

3.1 Modélisation électrique et couplage

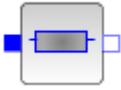
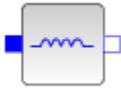
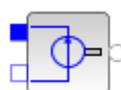
Le schéma-bloc électrique doit être semblable au circuit électrique du moteur présenté précédemment, ce qui correspond donc à :



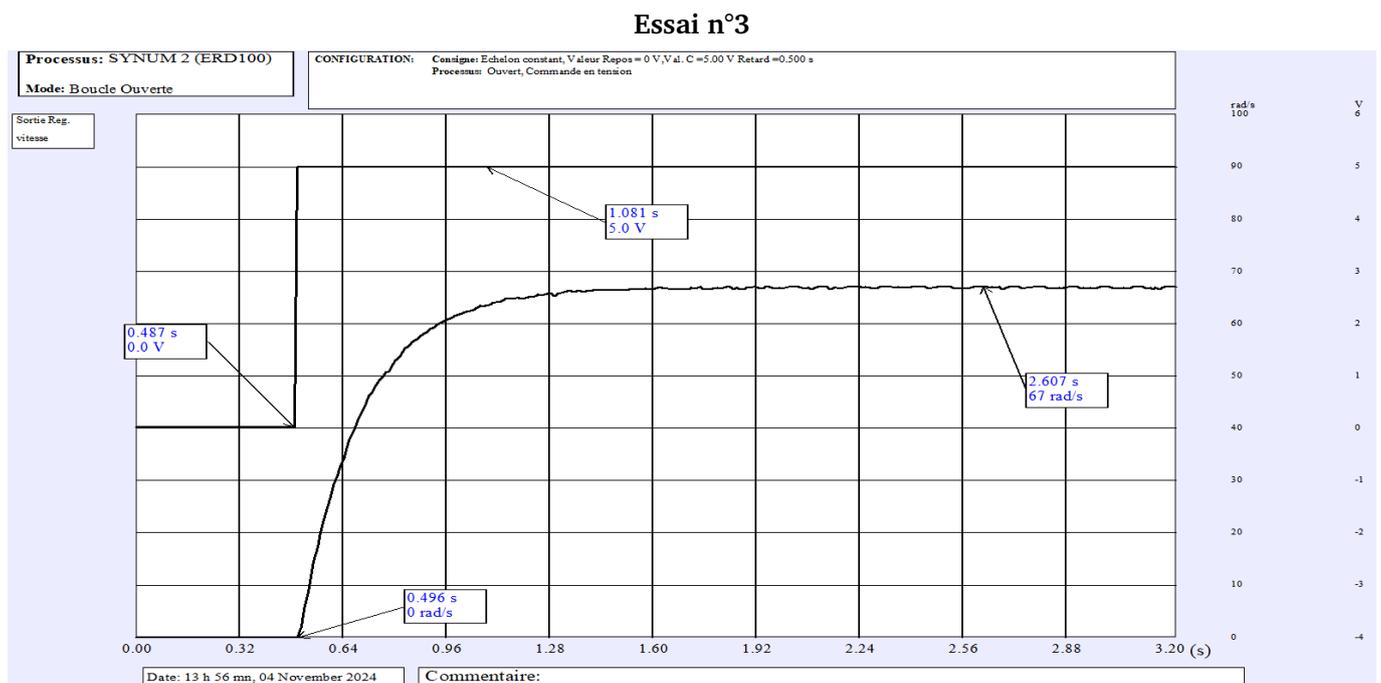
Mettre en place, à partir de la palette Electrical, les blocs nécessaires et les relier (la documentation est donnée sur le tableau de la page suivante).

On constatera que le bloc EMFGEN propose de supposer que le bâti est implicitement fixé ou non (fixed frame). Pour la source de tension, les connecteurs ont un sens particulier, le connecteur plein correspond à la borne positive, le connecteur vide à la borne négative.

Tracer l'évolution de la vitesse de rotation pour un échelon de tension de 5 V.

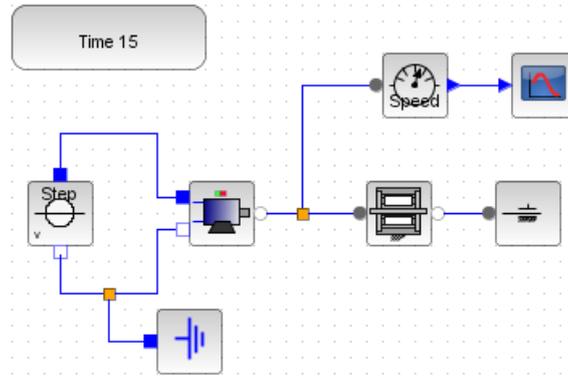
Désignation	Représentation	Localisation (palette)	Paramétrage
Source de tension		Electrical / Sources / CEAS_PredefVoltage	À définir
Résistance		Electrical / Passiv_Basic / Resistor	À définir
Inductance		Electrical / Passiv_Basic / Inductor	À définir
Force électromotrice en rotation (correspond à K_i et K_e)		Electrical / Passiv_Basic / CEAB_EMFGEN	À définir
Masse		Electrical / Sources / MEAB_Ground	

Question 14. On donne ci-dessous l'évolution de la vitesse de rotation mesurée pour un échelon de tension de 5 V. Est-ce cohérent (mesurer et comparer les valeurs caractéristiques) ?



3.2 Simplification du schéma

Le moteur étant un actionneur très utilisé. Un bloc associé est déjà présent dans la palette (rubrique *Composants* puis *Actionneurs*).



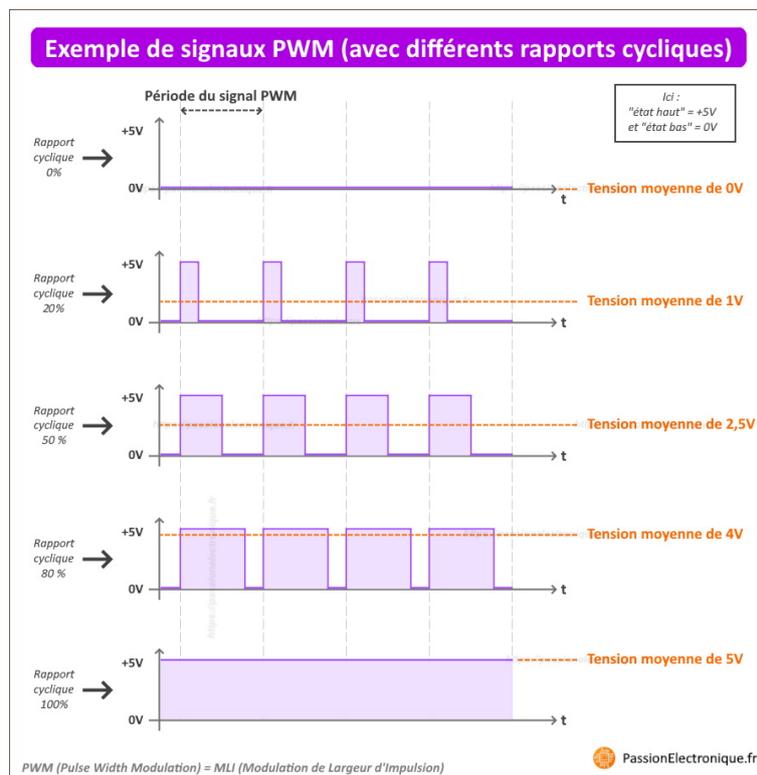
Mettre en place ce schéma et régler tous les paramètres. Retrouve-t-on les mêmes résultats ?

3.3 Modélisation du pilotage par un hacheur

3.3.1 Principe du hacheur

Le hacheur est le préactionneur le plus courant pour l'asservissement des moteurs à courant continu. Il permet, en moyenne, de doser le niveau de tension aux bornes du moteur. Associé à une mesure de courant et une régulation, il peut aussi doser le niveau d'intensité dans le moteur.

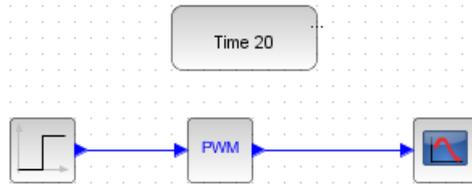
Le pilotage d'un hacheur se fait par l'intermédiaire d'un PWM (Pulse Width Modulation, MLI comme Modulation de Largeur d'Impulsions en français). Il permet d'obtenir un signal en créneau dont on maîtrise la valeur moyenne.



Si la fréquence utilisée pour le PWM est suffisamment grande, alors le système sera environ alimenté par la valeur moyenne du signal. L'image ci-dessus représente différents signaux permettant d'avoir des valeurs moyennes constantes comprises entre 0 et 5 V.

3.3.2 Signal PWM

Créer une nouvelle fenêtre Xcos. Puis placer dans cette fenêtre les blocs indiqués pour réaliser le schéma-bloc suivant :

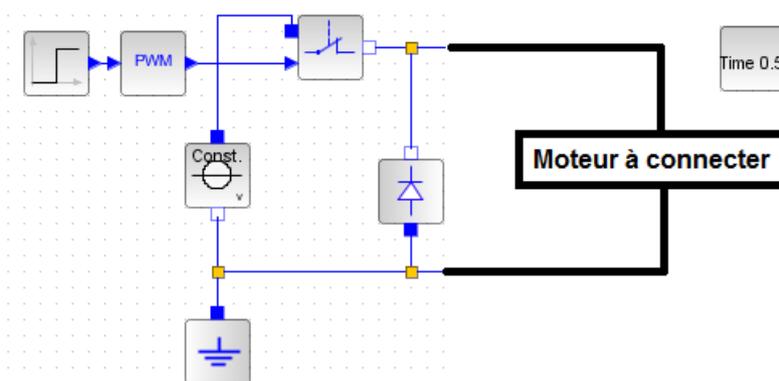


Désignation	Représentation	Localisation (palette)	Paramétrage
Échelon		Signals / Sources / MBS_Step	Height = 125 (avec un retard de 5 s)
PWM		Signals / Sources / SIMM_PWM	8 bits, fréquence : 1 Hz, start_time : 0
Affichage de signal		Utilities / ISCOPE	

Lancer une simulation et **observer** le signal (on rappelle que $(2^8 - 1)/2 \approx 125$). **Observer** le signal pour un échelon de 255, de 50 puis de 200.

Usuellement, le PWM est associé à d'autres éléments (transistor et diode notamment). Cela vient du fait que le PWM n'est pas adapté pour gérer des puissances importantes. Le transistor et la diode utilisés ici permettent l'interface chaîne d'information - chaîne d'énergie.

Désignation	Représentation	Localisation (palette)	Paramétrage
Interrupteur commandé		Electrical / Passiv_Basic / MEAI_IdealClosingSwitch	
Diode		Electrical / Passiv_Basic / CEAI_IdealDiode	



Reprendre le schéma-bloc du moteur et **ajouter** un interrupteur normalement fermé et une diode pour représenter le schéma électrique ci-dessus. Insérer le pilotage par PWM donné précédemment en utilisant un échelon de 120. **Lancer** une simulation - sans temps de retard de l'échelon - sur une durée de 0.5 s (pour 1000 points). **Observer** les différentes grandeurs et **analyser** l'influence des différents paramètres notamment la fréquence de hachage.

Question 15. Déterminer la fréquence de hachage pour que celle-ci soit très faible (facteur 10) devant la fréquence caractéristique du moteur.