I Espaces préhilbertiens réels

1. Espaces euclidiens

a) Bases orthonormée, procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt, base adaptée à une somme directe orthogonale, expression du produit scalaire et de la norme dans une base orthonormée.

b) Formes linéaires et hyperplans : représentation d'une forme linéaire ($a \in E \mapsto (a|.)$ est un isomorphisme de E sur $\mathcal{L}(E, \mathbb{R})$), vecteur normal à un hyperplan, équation cartésienne dans une base orthonormale d'un hyperplan.

c) Projecteurs orthogonaux : supplémentaire orthogonal d'un sev de dimension finie dans un espace préhilbertien, dimension du supplémentaire orthogonal dans un espace euclidien, expression de la projection orthogonale sur F de dimension finie à l'aide d'une base orthonormée de F, distance à un sev de dimension finie (atteinte en un point unique), cas des droites et des hyperplans (dont on connait un vecteur normal).

II Intégration sur un intervalle de $\mathbb{R}$

1. Rappels de première année : relations de comparaison, DL, existence de primitives pour une fonction continue, formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange.

2. Fonctions continues par morceaux :

a) Fonctions continues par morceaux sur un segment : définition et propriétés.

b) Intégration des fonctions continues par morceaux sur un segment et propriétés de l'intégrale.

c) Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque.

3. Intégration sur un intervalle quelconque

a) Intégrales convergentes et divergentes sur $[a, +\infty[$: définitions, exemples (Riemann, exponentielles) et cas des fonctions à valeurs positives (utilisation de majorations pour prouver la convergence).

b) Intégrales convergentes et divergentes sur un intervalle quelconque : définitions, exemples (Riemann, ln), cas des fonctions à valeurs positives.

c) Propriétés des intégrales convergentes : linéarité, relation de Chasles, positivité, IPP et changement de variable.

À suivre : la fin de l'intégration puis de nouveaux rappels d'algèbre linéaire