

**PSI2. Devoir en classe n°5. Samedi 3 février 2024.****Proposition de solution.****Problème A. Extrait e3a 2021 psi.**

**Q1.** On oriente le circuit dans le sens du courant indiqué sur la figure 2 de l'énoncé. On suppose que le champ  $\vec{B}$  est uniforme et s'écrit  $\vec{B} = B\vec{u}_z$ .

Le flux de  $\vec{B}$  à travers le circuit orienté est alors :

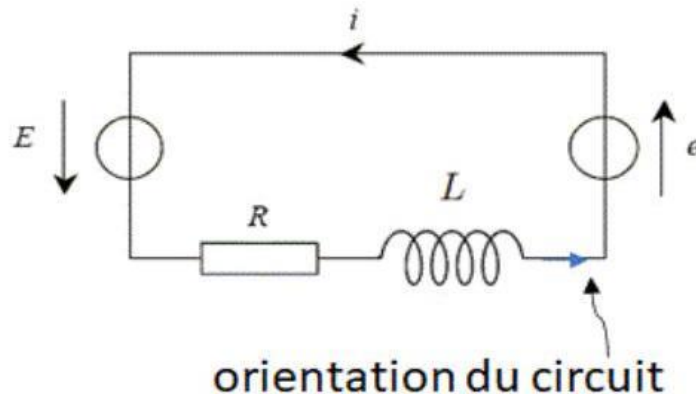
$$\Phi_B = \iint_{\text{circuit}} \vec{B} \cdot \vec{n} dS = B\ell(\ell_0 + x) \quad \text{avec } \vec{n} = \vec{u}_z$$

La loi de Faraday s'écrit :  $e = -\frac{d\Phi_B}{dt}$  donc la force électromotrice induite dans le cadre est :

$$e = -B\ell \frac{dx(t)}{dt} = -B\ell v(t)$$

ce qui est bien l'expression demandée.

**Q2.** Il semble plus pertinent de réaliser d'abord le schéma électrique équivalent avant de donner la loi des mailles :



On obtient alors :  $E + e = Ri + L \frac{di}{dt}$

**Q3.** Système : { barre + haut-parleur }

Référentiel : terrestre, supposé galiléen

Bilan des forces :

- le poids est négligé d'après l'énoncé, on va donc également négliger la réaction des rails;
- force de frottement fluide :  $\vec{F}_f = -\alpha\vec{v}$ ;
- force de rappel :  $\vec{F}_{el} = -k(\ell_{ressort} - \ell_0) = -kx\vec{u}_x$ ;
- force de Laplace  $\vec{F}_L$  qu'on exprime ci-dessous :

$$\vec{F}_L = \int_{\text{barre}} i d\vec{\ell} \wedge \vec{B} = \int_{y=0}^{\ell} iB dy \vec{u}_x \Rightarrow \vec{F}_L = iB\ell \vec{u}_x$$

Principe fondamental de la dynamique :  $\sum \vec{F}_{ext} = m_T \vec{a}$  qui donne, en projection selon  $\vec{u}_x$  :

$$m_T \ddot{x} = -\alpha \dot{x} - kx + iB\ell$$

**Q4.** Multiplions E.E. par  $i$  :

$$Ei + ei = Ri^2 + \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} Li^2 \right)$$

Multiplions E.M. par  $\dot{x}$  :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m_T \dot{x}^2 \right) = -\alpha \dot{x}^2 - \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} kx^2 \right) + iB\ell \dot{x}$$

En remarquant que  $ei = -B\ell vi = -B\ell \dot{x}i$ , on peut combiner les équations précédentes pour obtenir:

$$Ei = \mathcal{P}_{\text{Joule}} + \frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_m}{dt} + \mathcal{P}_{\text{frottements}}$$

avec

- $\mathcal{P}_{\text{Joule}} = Ri^2$ , la puissance dissipée par effet Joule dans la résistance;
- $\mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{1}{2} Li^2$ , l'énergie magnétique stockée dans la bobine ;
- $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m_T \dot{x}^2 + \frac{1}{2} kx^2$ , l'énergie mécanique de la barre ;
- $\mathcal{P}_{\text{frottements}} = \alpha \dot{x}^2$ , la puissance perdue par frottement fluide.

On remarque ainsi que la puissance fournie par le générateur est en partie dissipée (par effet Joule et frottements), en partie stockée dans la bobine et en partie utilisée pour mettre la barre en mouvement.

**Q5.** On a déjà utilisé le résultat demandé à la question précédente! En effet, on avait vu que

$$\mathcal{P}_{\text{fem}} = ei = -B\ell vi = -\mathcal{P}_L$$

Cette égalité traduit la conversion électromécanique parfaite dans ce problème d'induction de Lorentz.

**Q6.** Passons E.M. en notations complexes :

$$\begin{aligned} -\omega^2 m_T \underline{x} &= -\alpha j\omega \underline{x} - k\underline{x} + iB\ell \\ \Rightarrow \underline{x} &= \frac{B\ell}{k - m_T\omega^2 + \alpha j\omega} \underline{i} \end{aligned}$$

Passons maintenant E.E. en notions complexes:

$$\underline{E} - B\ell j\omega \underline{x} = R\underline{i} + jL\omega \underline{i}$$

On injecte l'expression de  $\underline{x}$  dans la relation précédente :

$$\underline{E} - \frac{(B\ell)^2 j\omega}{k - m_T\omega^2 + \alpha j\omega} \underline{i} = R\underline{i} + jL\omega \underline{i}$$

puis

$$\underline{E} = \left( R + jL\omega + \underline{Z}_m \right) \underline{i} \text{ avec } \underline{Z}_m = \frac{(B\ell)^2 j\omega}{k - m_T\omega^2 + \alpha j\omega}$$

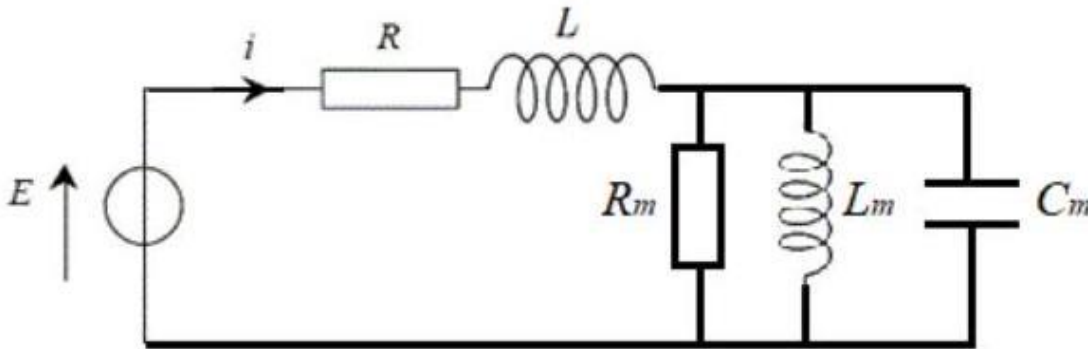
**Q7.**

$$\underline{Y}_m = \frac{1}{\underline{Z}_m} = \frac{k - m_T\omega^2 + \alpha j\omega}{(B\ell)^2 j\omega} = \frac{k}{(B\ell)^2 j\omega} + \frac{\alpha}{(B\ell)^2} + \frac{m_T j\omega}{(B\ell)^2}$$

L'admittance  $\underline{Y}_m$  s'écrit bien sous la forme  $\underline{Y}_m = \frac{1}{R_m} + jC_m\omega + \frac{1}{jL_m\omega}$  avec

$$R_m = \frac{(B\ell)^2}{\alpha} ; C_m = \frac{m_T}{(B\ell)^2} ; L_m = \frac{(B\ell)^2}{k}$$

**Q8.** On remarque que l'admittance  $Y_m$  est la somme de trois admittances : celle d'une résistance  $R_m$ , d'un condensateur de capacité  $C_m$  et d'une bobine d'inductance  $L_m$ .  
Le dipôle d'impédance  $Z_m$  est donc constitué d'une résistance, d'un condensateur et d'une bobine en parallèle (les admittances des dipôles en parallèle s'additionnent).  
On obtient donc le schéma électrique équivalent du haut-parleur suivant:



**Q9.** On reprend le bilan de puissance de la Q4. en valeurs moyennes :

$$\langle Ei \rangle = \langle Ri^2 \rangle + \left\langle \frac{d\mathcal{E}_{tot}}{dt} \right\rangle + \langle \alpha v^2 \rangle \text{ avec } \mathcal{E}_{tot} = \mathcal{E}_{mag} + \mathcal{E}_m$$

Or,  $\left\langle \frac{d\mathcal{E}_{tot}}{dt} \right\rangle = 0$  car  $\mathcal{E}_{tot}$  est une grandeur périodique. Ainsi, on obtient bien la relation de l'énoncé :

$$\langle Ei \rangle = \langle Ri^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle$$

En moyenne, la puissance fournie par le générateur se répartit entre la puissance dissipée par effet Joule et la puissance dissipée par frottement fluide. Cette dernière permet la mise en mouvement de l'air et est donc une puissance utile pour le fonctionnement du haut-parleur.

**Q10.** Par définition du rendement, on a :

$$\eta = \frac{\langle P_{son} \rangle}{\langle Ei \rangle} = \frac{\langle \alpha v^2 \rangle}{\langle Ri^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle} = \frac{1}{1 + \frac{R \langle i^2 \rangle}{\alpha \langle v^2 \rangle}}$$

On rappelle que les grandeurs étudiées sont sinusoïdales, de pulsation  $\omega$ . Ainsi, les grandeurs réelles s'écrivent :

$$\begin{aligned} v(t) &= v_m \cos(\omega t + \varphi_v) \\ i(t) &= i_m \cos(\omega t + \varphi_i) \end{aligned}$$

On obtient ensuite  $\langle v^2 \rangle = \frac{v_m^2}{2}$  et  $\langle i^2 \rangle = \frac{i_m^2}{2}$ , ce qui donne l'expression du rendement:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R}{\alpha} \left( \frac{i_m}{v_m} \right)^2}$$

Or,  $\underline{v} = j\omega \underline{x} = \frac{j\omega B\ell}{k - m_T\omega^2 + \alpha j\omega} \underline{i}$  d'après la question Q6. donc

$$\frac{i_m}{v_m} = \left| \frac{\underline{i}}{\underline{v}} \right| = \frac{\sqrt{(k - m_T\omega^2)^2 + (\alpha\omega)^2}}{\omega B\ell}$$

On injecte cette relation dans l'expression du rendement:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R}{\alpha} \frac{(k - m_T\omega^2)^2 + (\alpha\omega)^2}{\omega^2 (B\ell)^2}} = \frac{1}{1 + \frac{R\alpha}{(B\ell)^2} \frac{(k - m_T\omega^2)^2}{\omega^2} + \omega^2} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_m} \left[ 1 + \left( \frac{m_T\omega}{\alpha} - \frac{k}{\alpha\omega} \right)^2 \right]}$$

On identifie avec la forme proposée dans l'énoncé :

$$\begin{cases} \frac{m_T}{\alpha} &= \frac{Q}{\omega_0} \\ \frac{k}{\alpha} &= Q\omega_0 \end{cases}$$

Wie Gott in Frankreich.

Ce qui donne  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_T}}$  et  $Q = \frac{\sqrt{m_T k}}{\alpha}$

**Q11.** On obtient le comportement d'un filtre passe-bande : à hautes et basses fréquences, le rendement tend vers 0 et il est maximum à la pulsation  $\omega_0$  et vaut :  $\eta_{max} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_m}}$ .

En effet, à basse fréquence, le mouvement est très lent, ce qui induit peu de puissance de frottement fluide donc un faible rendement.

À haute fréquence, l'inertie mécanique de l'équipage mobile implique une très faible vitesse de déplacement donc peu de puissance de frottement fluide donc encore un faible rendement.

### **Problème B. Extrait mines ponts 2018 psi.**

**17)** Hypothèse acoustique : on néglige l'influence de la pesanteur et on limite les calculs à l'ordre 1 vis-à-vis des perturbations  $p$ ,  $\mu$  et  $\vec{v}$ .

$p$  est la surpression  $P = P_0 + p$ ,  $\mu$  est la surmasse volumique  $\rho = \rho_0 + \mu$

Equation mécanique :  $\vec{a} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}}(P) \approx -\frac{1}{\rho_0} \overrightarrow{\text{grad}}(p)$   $\vec{a} \approx \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$  soit :  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \approx -\frac{1}{\rho_0} \overrightarrow{\text{grad}}(p)$

Conservation de la matière :  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0$  devient  $\frac{\partial \mu}{\partial t} + \rho_0 \text{div}(\vec{v}) = 0$

L'évolution est adiabatique réversible donc isentropique :  $\chi_s = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s \approx \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\mu}{p} \right)$

On élimine  $\mu$  avec la dernière équation. Les deux premières équations deviennent alors :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \overrightarrow{\text{grad}}(p) \quad \text{div}(\vec{v}) = -\chi_s \frac{\partial p}{\partial t}$$

On fait la divergence de la première et la dérivée temporelle de la seconde. On élimine la dérivée croisée et obtient l'EDP demandée avec :  $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$

**18)** On part de la loi de Laplace  $P \rho^{-\gamma} = cte$

qui donne :  $\frac{dP}{P} - \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0$  soit à l'ordre 1 :  $\frac{dp}{P_0} - \gamma \frac{d\mu}{\rho_0} = 0$  qui devient  $\chi_s = \frac{1}{\gamma P_0}$

On utilise aussi la loi des gaz parfait qu'on écrit ici à l'équilibre :  $P_0 = \frac{1}{M} \rho_0 R T_0$  où  $M$  est la masse molaire.

On sort alors :  $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}} = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}}$  AN :  $c \approx 350 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

On calcule aussi une longueur d'onde de 1,73m pour une fréquence de 200Hz.

**19)** On utilise le formulaire fourni et l'EDP de propagation, ce qui donne  $k = \frac{\omega}{c}$  en prenant la racine positive, ce qu'il faut évidemment justifier.

**20)** On utilise donc :  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \approx -\frac{1}{\rho_0} \overrightarrow{\text{grad}}(p)$

En utilisant les propriétés de la notation complexe et le formulaire fourni, on sort :

$$j\omega \underline{v} = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{1}{r} + jk \right) \underline{p} \quad \text{soit : } \underline{v} = -\frac{1}{j\omega \rho_0} \left( \frac{1}{r} + jk \right) \underline{p}$$

On calcule alors l'impédance complexe :  $\underline{Z} = \frac{\underline{p}}{\underline{v}} = \frac{j\omega \rho_0}{\left( \frac{1}{r} + jk \right)}$

À grande distance de la sphère, soit  $r \gg \frac{1}{k}$ , on retrouve la formule de l'onde plane vue en cours.

**21)** Avec la CI fournie en  $r=R_0$  et la définition de  $Q$ , on sort :  $\underline{A}_1 = j \frac{\omega \rho_0 Q_0}{4\pi(1 + jkR_0)}$

On reporte alors dans l'expression de la pression en tenant compte de l'approximation fournie :  $kR_0 \ll 1$ .

On obtient alors l'expression fournie :  $\underline{p}(r, t) = j\omega \rho_0 \frac{Q_0}{4\pi r} \exp [j(\omega t - kr)]$

Wie Gott in Frankreich.

**22) Simple calcul à vérifier.**

**23) Pour un monopole unique en C :  $R_d=0$  donc  $u=0$  et donc  $D(u)=1$**

Aucun effet directif.

Pour le disque encastré, ce n'est plus vrai et  $D(u)$  non constant et donc dépende de  $\theta$ .

**24) Pour notre HP,  $u_{max} = kR_d \approx 0,36$**

Donc  $D(u)$  reste proche de 1 et le HP est peu directif.

**25) Ici  $\alpha = 0,36$ . Le plus long est de lire l'énoncé. Même pas besoin comprendre, sauf à la fin...**

$$\underline{F_{ra}} = -\underline{Z_{ra}}\underline{v} = -\rho_0 c S_d (r_{ra} + jx_{ra})\underline{v}$$

Et on peut remplacer par les expressions fournies :

$$\underline{F_{ra}} = -\underline{Z_{ra}}\underline{v} = -\left(\frac{\rho_0 c S_d}{2} \left(\frac{R_d}{c}\right)^2\right)\underline{v} - j\omega\underline{v} \left(\rho_0 c S_d \times \frac{8\alpha}{3\pi} \times \frac{R_d}{c}\right)$$

Or  $j\omega\underline{v} = \underline{a}$  accélération

Le premier terme est assimilable à une force de frottement fluide supplémentaire, et le second à une masse supplémentaire quand on refait le bilan mécanique.

### **Problème C. Etude de la capsule Hyperloop. Centrale psi 2015.**

**B1a) Réduction de  $Li^+$  :**  $Li^+ + e^- = Li$

Insertion :  $Li + C_6 = LiC_6$

Bilan :  $Li^+ + C_6 + e^- = LiC_6$

**B1b) D'après la stoechiométrie de la réaction d'insertion :  $N_{max} = \frac{1}{6M(C)} = 13,9 \text{ mmol. g}^{-1}$**

chaque mol de  $Li$  peut libérer une mol d'électrons soit une charge  $N_a e$ .

Donc :  $q_{max} = N_a e N_{max} = 1340 \text{ C. g}^{-1}$  ou  $372 \text{ mAh. g}^{-1}$

**B2) Avec les indications fournies,  $no(Co)=+IV$  dans  $CoO_2$  et  $no(Co)=+III$  dans  $LiCoO_2$ .**

L'oxydant est donc  $CoO_2$  et  $LiCoO_2$  est le réducteur.

La demi-équation est donc :  $LiCoO_2 \rightarrow Li^+ + CoO_2 + e^-$

**B3) Lors de la charge, les demi-équations sont :**



D'où le bilan :  $LiCoO_2 + C_6 \rightarrow CoO_2 + LiC_6$

A la décharge, réaction inversée.

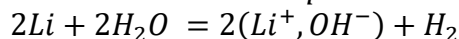
**B4)a) La batterie doit donc fournir  $P=328 \text{ kW}$  pendant  $\Delta t=45 \text{ min}=0,75 \text{ h}$ . Le calcul demandé est idiot. l'énergie demandée est donc  $E=P\Delta t= 886 \text{ MJ}$  ou  $246 \text{ kWh}$ .**

**b) La batterie de masse  $m$  doit fournir  $P$ , donc une puissance massique  $p=P/m=219 \text{ W.kg}^{-1}$ .**

**c) ... et fournir une énergie massique  $w=W/m=165 \text{ Wh.kg}^{-1}$ .**

**d) A la lecture de la figure 6, seule la technologie Li-ion High Energy peut convenir.**

**C1)a) Bilan avec l'eau en milieu neutre donc avec production d-ions hydroxydes :**



**b) Avec les données fournies, on calcule :  $\Delta_r H^\circ = -446 \text{ kJ.mol}^{-1}$  soit une réaction fortement exothermique.**

**c) La réaction se fait avec formation de gaz dans le sens direct, ce qui conduit à  $\Delta_r S^\circ > 0$  donc  $\Delta_r G^\circ = \Delta_r H^\circ - T \Delta_r S^\circ$  fortement négatif, donc une constante d'équilibre grande devant 1. La réaction est quasi-totale, et en fait explosive.**

**C.2) L'utilisation de la loi de Kohlrausch et des données de l'énoncé permet d'écrire pour la solution de KCl, en prenant garde aux conversions**

$$\sigma = \lambda_{K^+}[K^+] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-] = 7,35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^3 + 7,63 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^3 = 45 \text{ S m}^{-1}$$

La conductivité de l'électrolyte à 25°C est de l'ordre de  $8,3\text{mS cm}^{-1} = 0,83\text{ S m}^{-1}$ , très inférieure à celle de la solution de référence : l'électrolyte utilisé n'est pas très bon conducteur.

**III. La propulsion de la capsule.**

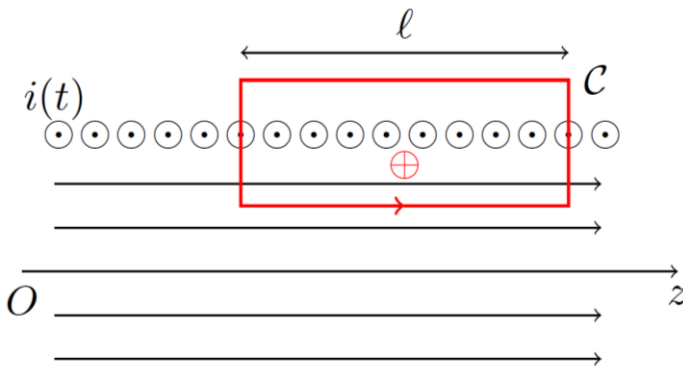
**A1a)** La circulation du champ magnétique sur un contour fermé orienté est égale au courant algébrique enlacé par le contour divisé par  $\mu_0$ . ET maintenant la formule.

**A1b)** On prend un point M repéré par ses coordonnées cylindriques d'axe Oz : r,  $\theta$ , z

Symétries : le plan passant par M et perpendiculaire à l'axe Oz est plan de symétrie pour les courants, donc le champ magnétique est selon Oz

Invariances: le solénoïde est invariant par rotation d'Axe Oz et par translation selon Oz, donc le champ ne dépend que de la distance à l'axe Oz. Finalement :  $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}_z$

Pour utiliser la propriété fournie dans l'énoncé, une partie du contour doit être à l'extérieur du solénoïde. On prend le rectangle suivant où le côté bas du rectangle est à la distance r de l'axe :



Le courant enlacé vaut  $n\ell i$ . La seule circulation non nulle est sur le côté bas du rectangle qui vaut  $B(r)\ell$ . On sort finalement :  $B(r) = \mu_0 n i$ . Ce qui donne  $B_0 = \mu_0 n i$ .

**A2)a)** On trouve sans pb :  $\vec{B}(x, t) = \frac{4\mu_0 n I_0}{\pi} \cos(\omega t) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \vec{u}_z = B'_0 \cos(\omega t) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \vec{u}_z$

**b)** Un peu de trigo en utilisant le formulaire :

$$\vec{B}(x, t) = -\frac{B'_0}{2} \left[ \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda} x\right) + \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right] \vec{u}_z$$

Le premier terme est une onde progressive se propageant selon les x décroissant de vecteur d'onde  $\vec{k}_- = -\frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_z$  et de vitesse de phase  $v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda\omega}{2\pi}$ .

Le second terme est une onde progressive se propageant selon les x croissant de vecteur d'onde  $\vec{k}_+ = +\frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_z$  et de vitesse de phase  $v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda\omega}{2\pi}$ .

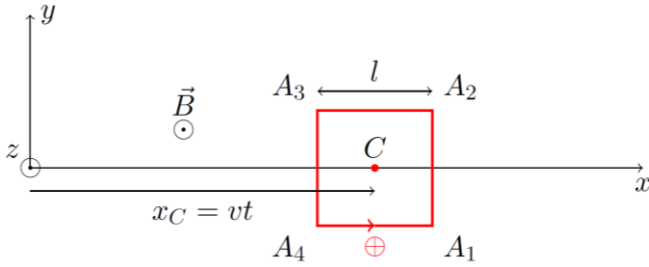
**A3)**

Prop à redémontrer :  $\sin(u) + \sin\left(u - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(u + \frac{2\pi}{3}\right) = 0$

On développe les produits pour en faire des sommes. Avec la propriété précédente, il ne reste que l'onde progressive selon les x croissant :

$$\vec{B}(x, t) = -\frac{3B'_0}{2} \left[ \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right] \vec{u}_z = B(x, t) \vec{u}_z$$

**B1)** Avec les CI, on a  $x(t) = vt$ . On oriente la spire telle que sa normale soit  $\vec{u}_z$ .



En supposant le champ uniforme sur la spire et valant donc  $\vec{B}(x_C, t)$ , le flux est très facile à calculer :

$$\phi(t) = \vec{B}(x_C, t) \vec{u}_z = -\frac{3\ell^2 B'_0}{2} \sin\left(\left(\omega - \frac{2\pi}{\lambda} v\right) t\right)$$

**B2)** On calcule alors la fem d'induction : 
$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{3\ell^2 B'_0}{2} \left(\omega - \frac{2\pi}{\lambda} v\right) \cos\left(\left(\omega - \frac{2\pi}{\lambda} v\right) t\right)$$

**B3)** En négligeant l'autoinduction du cadre et en tenant compte seulement de sa résistance, on peut alors calculer le courant  $i(t)$  dans le cadre :

$$i(t) = \frac{e(t)}{R} = \frac{3\ell^2 B'_0}{2R} \left(\omega - \frac{2\pi}{\lambda} v\right) \cos\left(\left(\omega - \frac{2\pi}{\lambda} v\right) t\right)$$

**B4)** La force élémentaire de Laplace sur un élément  $d\vec{\ell}$  du cadre est  $d\vec{F} = i(t) d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$

La suite va être longue.

Il y a a priori 4 forces à calculer. cependant, les deux forces sur les côtés  $A_4A_1$  et  $A_2A_3$  s'éliminent mutuellement.

Sur le côté  $A_1A_2$ , on calcule facilement :  $\vec{F}_{12} = i(t) \ell B \left(x_C + \frac{\ell}{2}, t\right) \vec{u}_x$

Sur le côté  $A_3A_4$ , on calcule facilement :  $\vec{F}_{12} = -i(t) \ell B \left(x_C - \frac{\ell}{2}, t\right) \vec{u}_x$

On ajoute, on transforme la somme en produit, ce qui donne :

$$\vec{F} = 3i(t) \ell B'_0 \sin\left(\frac{\pi \ell}{\lambda}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_C\right) \vec{u}_x$$

$\frac{\ell}{\lambda} \ll 1$  permet de simplifier le sinus :  $\sin\left(\frac{\pi \ell}{\lambda}\right) \approx \frac{\pi \ell}{\lambda}$

En remplaçant  $x_C$  et en remarquant que  $v_\phi$  apparaît dans le calcul, on obtient finalement :

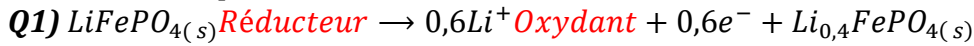
$$\vec{F} = \frac{(3\pi \ell^2 B'_0)^2}{R \lambda^2} (v_\phi - v) \cos^2\left[\left(\omega - \frac{2\pi}{\lambda} v\right) t\right] \vec{u}_x$$

dont la valeur moyenne temporelle est :

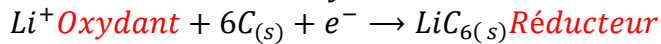
$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{(3\pi \ell^2 B'_0)^2}{2R \lambda^2} (v_\phi - v) \vec{u}_x$$

**B5)** Au départ la vitesse est nulle, ce qui donne une force de Laplace motrice selon les  $x$  croissants. Si cette force l'emporte sur les frottements, la capsule démarre.

**B6)** Pour avoir une force résistante, il suffit de régler la vitesse de phase en modifiant la pulsation du courant d'alimentation de manière à obtenir  $v_\phi < v$ .

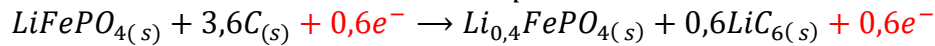
**Problème D. centrale psi 2023.**

Oxydation d'un réducteur donc ANODE



Réduction d'un oxydant donc CATHODE

**Q2)** On élimine les électrons entre les relations précédentes :



**Q3)**  $1\text{Ah} \equiv 1\text{A} \times 3600\text{s} = 3600\text{C}$  donc  $Q = 2600\text{mA} \cdot \text{h} = 9360\text{C}$

Si  $n$  est le nombre de mol d'électrons échangés, on a :  $n = \frac{Q}{F} \approx 97\text{mmol}$ .

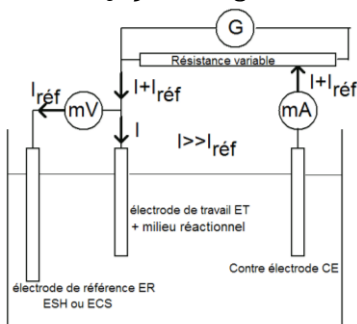
On a donc consommé  $\frac{n}{0,6}$  mol de  $\text{LiFePO}_4(s)$  et  $\frac{3,6n}{0,6} = 6n$  mol de C.

Soit une masse de matière consommée :

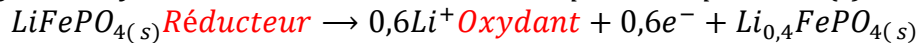
$$m = \frac{n}{0,6} M(\text{LiFePO}_4(s)) + 6nM(\text{C}) \approx 32,5\text{g}$$

**Q4)** On peut penser qu'il y a des réactions parasites qui se font sans transfert électronique.

**Q5)** Montage habituel du cours :



**Q6)** Il s'agit de l'oxydation d'un réducteur et ce n'est pas l'eau qui est en (c). Donc il s'agit de :



Il reste à vérifier numériquement. Ce décollage a lieu pour  $E = 3,5\text{V} + E^\circ(\text{Li}^+/\text{Li}(s)) \approx 0,5\text{V}$

Appliquons la loi de Nernst au couple  $\text{Li}^+/\text{LiFePO}_4(s)$  :

$$E = E^\circ(\text{Li}^+/\text{LiFePO}_4(s)) + \frac{0,06}{0,6} \log\{a(\text{Li}^+)^{0,6}\} = E^\circ(\text{Li}^+/\text{LiFePO}_4(s)) = 0,6\text{V}$$

Valeurs compatibles.

**Q7)** Tout simplement l'oxydation de l'eau en dioxigène : le mur du solvant.

**Q9)** Si on court-circuite la pile, la LDM et la loi d'Ohm donnent un courant  $i$  débité par la pile :

$$i = \frac{U}{r} \approx 480\text{A}$$

La charge  $Q$  débitée pendant le temps  $\tau$  est  $Q = i\tau$

Pour  $Q = 2,6\text{A} \cdot \text{h}$ , on calcule un temps de décharge  $\tau = \frac{Q}{i} \approx 5,4 \times 10^{-3}\text{h}$  soit 19,5 s

**Q10)** On suppose que toute l'énergie dégagée  $E_{\text{Joule}} = (ri^2)\tau$  sert à chauffer la pile de masse  $m$  et de capacité massique  $c_p$ . On a donc :  $(ri^2)\tau = mc_p\Delta T$  soit :

$$\Delta T = \frac{(ri^2)\tau}{mc_p} \approx 1040\text{K}$$

On peut donc envisager d'atteindre expérimentalement une température de  $900^\circ\text{C}$ .