# I Variables aléatoires discrètes

1. Définition d'une variable aléatoire discrète et utilisation des notations $(X = x)$,...Composition par une application, loi d'une variable aléatoire discrète .
2. Couple de variables aléatoires discrètes , loi conjointe et lois marginales, loi conditionnelle de $X$ sachant $(Y = y)$, variables aléatoires discrètes indépendantes. Si $X$ et $Y$ sont indépendantes alors $f(X)$ et $g(Y)$ le sont aussi (généralisation à $n$ variables aléatoires discrètes indépendantes), lemme des coalitions.
3. Lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale (nombre de succès dans une répétition d'expériences de Bernoulli indépendantes), géométrique (temps d'attente du premier succès dans une suite d'expériences de Bernoulli indépendantes) et de Poisson. Si $X_n \hookrightarrow \mathscr{B}(n, p_n)$ et si $\lim\limits_{n\to+\infty} np_n = \lambda$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} P(X_n = k) = e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^k}{k!}$.
4. Espérance (existence si $\sum x_n P(X = x_n)$ est sommable), théorème de comparaison (si $|X| \leqslant Y$ et $E(Y) < +\infty$ alors $E(X)$ est finie), espérance des lois usuelles, $E(X) = \sum\limits_{n\geqslant 1} P(X \geqslant n)$ si $X(\Omega) \subset \mathbb{N}$, linéarité, positivité, croissance, théorème de transfert, espérance d'un produit de variables aléatoires discrètes indépendantes et inégalité de Markov.
5. Variance et écart type, cas des lois usuelles, l'existence de la variance entraine celle de l'espérance, $V(aX + b) = a^2V(X)$, inégalité de Bienaymé-Tchebichev et loi faible des grands nombres. Covariance, inégalité de Cauchy-Schwarz et variance d'une somme de variables aléatoires discrètes .
6. Fonction génératrice, le rayon de convergence est $\geqslant 1$ et elle CVN sur $[-1, 1]$, fonctions génératrices des loi usuelles, fonction génératrice d'une somme de variables aléatoires discrètes indépendantes, $X$ admet une espérance (resp. une variance) si et seulement si $G_X$ est dérivable (resp. deux fois dérivable) en 1, valeurs de $E(X)$ et $V(X)$ en fonction de $G'_X(1)$ et $G''_X(1)$.

# II Suites dans les espaces vectoriels normés

1. Normes
   a) Définitions, distances, normes usuelles sur $\mathbb{K}^p$.
   b) Parties bornées, applications et suites bornées.
   c) Normes équivalentes : définition, égalité des parties ou suites bornées pour deux normes équivalentes, toutes les normes sont équivalentes en dimension finie (*admis*), utilisation des coordonnées dans une base en dimension finie.

*À suivre : la suite des evn*