

Fonctions intégrables

cf. programme précédent.

Déterminants

Rappel: le groupe symétrique n'est pas au programme de la filière.

Déterminant d'une famille de n vecteurs d'un espace vectoriel de dimension n relativement à une base, caractérisation des bases.

Déterminant d'un endomorphisme, propriétés, caractérisation des automorphismes.

Déterminant d'une matrice carrée. Propriétés fondamentales: $\det(AB) = \det(A) \det(B)$, caractérisation des matrices inversibles, $\det(A^{-1})$, deux matrices semblables ont le même déterminant.

Déterminants et opérations élémentaires sur les lignes et colonnes, déterminant d'une matrice triangulaire. Une matrice et sa transposée ont le même déterminant.

Cofacteurs, développement par rapport à une ligne ou une colonne.

Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.

Déterminant de Vandermonde.

Polynômes d'interpolation de Lagrange.

Suites de fonctions

Convergence simple, convergence uniforme d'une suite de fonctions (f_n) sur un intervalle I de \mathbb{R} .

Introduction de la notation $\|f\|_\infty = \sup_{x \in I} |f(x)|$ pour une fonction bornée sur I (*aucune connaissance exigible pour le moment sur les normes et les e.v.n.*). Notion de convergence uniforme sur tout segment de I .

Convergence uniforme (sur tout segment) et continuité de la fonction limite.

Interversion limite-intégrale pour une suite de fonctions continues convergeant uniformément sur un segment.

Théorème de dérivation d'une limite d'une suite de fonctions de classe \mathcal{C}^1 (interversion limite-dérivée). Extension aux fonctions de classe \mathcal{C}^k .

Pas de séries de fonctions pour le moment.

Démonstrations de cours ou proches du cours

- L'intégrale de Dirichlet $\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t} dt$ est semi-convergente.
- L'ensemble $L_c^2(I, \mathbb{R})$ est un \mathbb{R} -espace vectoriel, produit scalaire.
- Description de l'algorithme de Gauss-Jordan pour inverser une matrice carrée supposée inversible. Estimation de la complexité.
- Calcul du déterminant de Vandermonde.
- Base de Lagrange associée à $n+1$ scalaires distincts, expression d'un polynôme de $\mathbb{K}_n[X]$ dans cette base.
- Montrer que, si une suite (f_n) de fonctions continues sur un segment $S = [a, b]$ converge uniformément vers f sur S , alors $\int_S f = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_S f_n$.
- Théorème de dérivation de la limite d'une suite de fonctions.