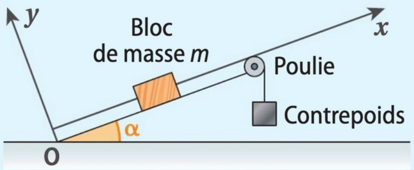
TD M2 : dynamique du point matériel

Ex1 : bloc tiré par une poulie

Un bloc de masse $m = 10{,}0$ kg est posé sur un plan incliné d'angle $\alpha = 20{,}0°$ avec l'horizontale. Le bloc est tiré en ligne droite à l'aide d'un contrepoids par l'intermédiaire d'une poulie. Le bloc avance à vitesse constante de norme $v_0 = 0{,}20\ \text{m·s}^{-1}$.

On étudie le système {bloc} dans le référentiel terrestre supposé galiléen et on néglige toute action de l'air. On suppose que le bloc subit des frottements de norme constante de la part du plan incliné et que la tension du fil est une force constante de norme $F = 100$ N.



Bloc tiré par l'intermédiaire d'une poulie.

Donnée
Norme du champ de pesanteur terrestre : $g = 9{,}81\ \text{N·kg}^{-1}$

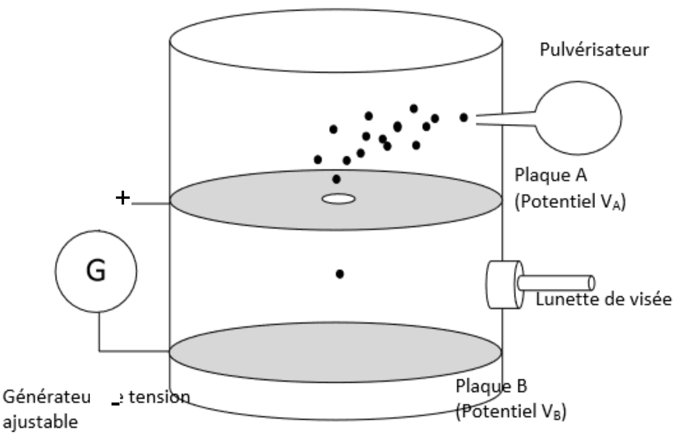
a. Faire le bilan des forces s'appliquant sur le bloc.
b. Sans souci d'échelle, représenter les forces s'appliquant sur le bloc, que l'on matérialisera par un point matériel.
c. En utilisant une des lois de Newton que l'on énoncera, déterminer la norme de chacune des forces.

Ex 2 : L'expérience de Millikan

L' expérience de la goutte d'huile, réalisée par Millikan (Université de Chicago) au début du XX^e siècle, a permis de déterminer l'existence d'une charge élémentaire ainsi que sa valeur e = $1{,}602\times10^{-19}$ C. Cette expérience et ses conclusions lui valurent le prix Nobel de physique en 1923 .

Elle consiste à pulvériser de minuscules gouttes d'huiles électrisées entre les deux électrodes horizontales d'un condensateur plan.
Les gouttes peuvent être chargées par simple frottement avec le gicleur du vaporisateur ou tout autre mécanisme d'électrification.
Pour mesurer la valeur de cette charge, on ajuste la valeur du champ électrique uniforme entre les deux plaques de manière à ce que les gouttes se déplacent à vitesse constante mesurable avec une lunette de visée et un chronomètre.

schéma du dispositif



On s'intéresse au mouvement des gouttelettes.

Données :
La masse m d'un goutte est : m = $2{,}0.10^{-13}$ kg
L'intensité du champ de pesanteur est : g = 9,81 N.kg^{-1}
La valeur du champ électrique est : E = U_{AB} /d
Le champ $\vec{E}$ va de la plaque positive vers la plaque négative et est orthogonal aux plaques.
La distance entre les deux plaques : d = 5,00 cm
Le mouvement est uniforme pour certaines gouttes pour :

U_{AB} = 153 kV ; 204 kV ; 307 kV ; 613 kV

1) Définir le référentiel et le système étudié.
2) a) Exprimer le poids de la goutte en fonction du champ de pesanteur $\vec{g}$
b) Quelle est la relation entre le poids de la goutte et la force électrique qu'elle subit quand cette goutte a un mouvement rectiligne et uniforme ?

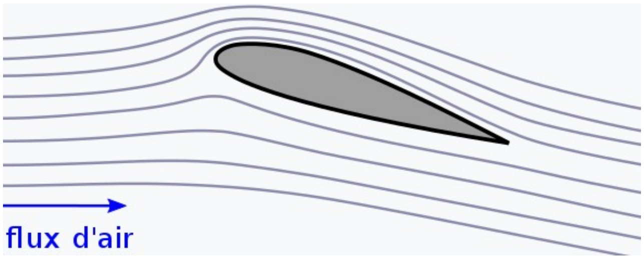
c) Sachant que la force électrique subie par la goutte est $\vec{F} = q.\vec{E}$, déterminer le signe de la charge q de la goutte.

3) Pour qu'une goutte ait un mouvement uniforme, montrer qu'il faut que : $U_{AB} = \frac{d \times m \times g}{|q|}$

En déduire les charges des gouttes observées en mouvement rectiligne et uniforme pour chaque réglage et retrouver à partir de ces valeurs la conclusion de Millikan.

Ex3 Portance (aérodynamique)

Un corps placé dans un écoulement d'air (ou d'eau) subit une force aérodynamique (ou hydrodynamique).



Pour l'analyse, on décompose cette force en une composante parallèle au vent relatif : la traînée et une composante perpendiculaire au vent relatif : la portance.

En vous appuyant sur la 3e loi de Newton et sur le mouvement du fluide autour de l'aile, justifier l'existence d'une force de portance dirigée vers le haut.

D'après wikipedia

Ex4 : caisse sur un plan incliné

On s'intéresse à un plan incliné d'un angle α = 20° par rapport à l'horizontale sur lequel on lance une brique de masse m = 600 g. La brique est lancée le long de la ligne de plus grande pente du bas vers le haut avec une vitesse V_0 de norme 1,5 m.s^{-1}.

Pour étudier ce mouvement, on utilise un axe (Ox) parallèle au plan incliné tel que $\vec{V_0} = V_0\, \vec{u}_x$ et un axe (Oz) orthogonal dirigé vers le haut. O coïncide avec le point de départ de la brique.

1 - Justifier le choix du repérage, et en particulier l'intérêt de considérer un axe incliné.

On imagine pour commencer que le contact entre la brique et le plan incliné se fait sans frottement.

2 - Établir l'équation différentielle du mouvement de la brique lors de la montée.

3 - Déterminer l'instant auquel la brique s'arrête et la distance qu'elle a parcouru.

4 - La brique redescend-elle le long du plan incliné ?

On tient compte maintenant des frottements solides. La force de contact entre le support et la brique se décompose en $\vec{R} = \vec{R_N} + \vec{R_T}$ où $\vec{R_N}$ est perpendiculaire au support, et $\vec{R_T}$ colinéaire et de sens opposé à la vitesse. Tant que la brique glisse sur le support, ces deux forces sont reliées par : $\|\vec{R_T}\| = \mu_d \|\vec{R_N}\|$ où le coefficient de frottement dynamique μ_d = 0,2.

5 - Établir l'équation du mouvement de la brique lors de la montée.

6 - En déduire sans calcul la loi horaire x(t), l'instant auquel la brique s'arrête et la distance qu'elle a parcouru.

Une fois que la brique est arrêtée, la force de frottement solide change de nature : en effet, lorsque la brique ne glisse pas sur le support, les deux forces R_T et R_N sont reliées par $\|\vec{R_T}\| \leqslant \mu_s \|\vec{R_N}\|$ où μs est le coefficient de frottement statique, μs > μd.

7 - Quelle est le sens de la force de frottement lorsque la brique est à l'arrêt ?

8 - À quelle condition sur l'angle α la brique reste-t-elle immobile sans glisser ? Attention, la force de frottement ayant changé, les équations précédentes ne s'appliquent plus. On donne $\mu_s = 0{,}3$
.

Ex5 : Mouvement circulaire avec ressort

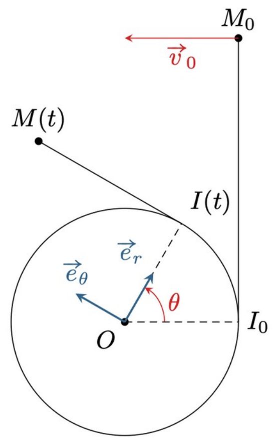
On considère une masse, assimilable à un point matériel M de masse m, placée sur un plan horizontal où elle peut se déplacer sans frottement. Elle est reliée par un ressort de raideur k et longueur naturelle ℓ_0 à un point O. À l'instant initial, $OM = L$ et la masse est lancée avec une vitesse $\vec{v}_0$. On cherche comment choisir $\vec{v}_0$ et L pour que le mouvement soit circulaire.

1 - Déterminer sans calcul le rayon du cercle et la direction à donner à $\vec{v}_0$.

2 - Montrer que si le mouvement est circulaire alors il est également uniforme.

3 - En déduire une condition sur L et la valeur à donner à v_0 en fonction de L pour que le mouvement soit circulaire.

Ex 6 : Enrouler le fil, dérouler le fil



Un fil de longueur L, inextensible et de masse négligeable, est accroché tangentiellement à une bobine plate de rayon R. À l'extrémité libre est accroché un point matériel M, de masse m. L'effet de la pensanteur est négligé.

Le fil est tendu et M lancé dans le plan de la bobine depuis la position M_0, perpendiculairement au fil, avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, afin d'enrouler le fil autour de la bobine.

On utilise la base polaire relative au point I, point du fil le plus proche de M à être en contact avec la bobine.

1 - Montrer que $\overrightarrow{OM} = R\vec{e}_r + (L - R\theta)\vec{e}_\theta$. En déduire les composantes de la vitesse et de l'accélération de M dans cette base.

2 - En utilisant le PFD, montrer que la vitesse radiale de M est constante. Que vaut cette constante ?

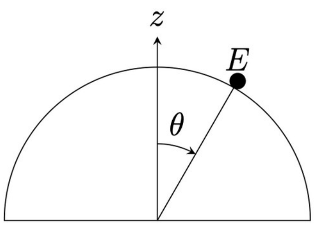
3 - En déduire par intégration une relation entre θ et t, puis déterminer la durée totale τ nécessaire pour enrouler le fil en totalité.

4 - Établir la loi horaire

$$\theta(t) = \frac{L}{R}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{t}{\tau}}\right) .$$

5 - Vérifier que le fil reste tendu tout au long du mouvement.

Ex7 : Glissage sur un igloo



Cet exercice s'intéresse à la glissade d'un enfant esquimau de masse m sur le toit d'un igloo d'où il s'élance (au sommet) sans vitesse initiale. On adopte le modèle suivant : l'enfant est ramené à un point matériel E, il glisse sans aucun frottement à la surface de l'igloo que l'on suppose sphérique de rayon R.

1 - Appliquer le théorème de la résultante cinétique à l'enfant pour en déduire deux équations différentielles portant sur l'angle θ. Identifier l'équation du mouvement, qui permet de déterminer $\theta(t)$. Quelle information l'autre équation contient-elle ?

2 - En multipliant l'équation du mouvement par $\dot{\theta}$, montrer que $\dot{\theta}^2 = \dfrac{2g}{R}(1 - \cos\theta)$.

3 - En déduire l'expression de la force de réaction de l'igloo en fonction de θ.

4 - L'enfant décolle-t-il du toit de l'igloo avant d'atteindre le sol ? Si oui, pour quel angle ?

Ex8 : Chute dans un fluide visqueux

Une goutte d'eau de rayon R et de masse m soumise au champ de pesanteur $\vec{g}$ tombe dans l'air avec une vitesse suffisamment faible pour que la résistance de l'air soit, en bonne approximation, donnée par une force de frottement visqueux, $\vec{F} = -\lambda\,\vec{v}$, où λ est une constante positive qui dépend du milieu et de la taille de la goutte.

1. Etablir l'équation différentielle qui gouverne la vitesse de la goutte.
2. Montrer que la goutte d'eau atteint une vitesse limite $\vec{v}_\infty$ à déterminer, et ce indépendamment de la vitesse initiale $\vec{v}_0$.
3. Les forces exercées par l'air (vu comme un fluide), non prises en compte dans le frottement, sont assimilables, avec une bonne approximation et bien qu'il y ait mouvement, à la poussée d'Archimède, $\vec{f} = -M\vec{g}$, où M est la masse de l'air occupant un volume égal à celui de la goutte d'eau.

   Avec cette modification, répondre aux questions 1) & 2) ci-dessus.
4. $\mathcal{A}.\mathcal{N}.$ Calculer cette vitesse limite pour $R = 0.5$ mm, $\lambda = 1.81{\times}10^{-5}$ kg/s, $g = 10$ m$.s^{-2}$, la densité de l'air relativement à celle de l'eau, $\rho_{\text{eau}} = 10^3$ kg.m^{-3}, étant 1.3×10^{-3}.