

Fiche 8 : Nombres complexes.

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

$$z^2 + z + 1 = 0 \quad ; \quad z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0 \quad ; \quad z^2 - \sqrt{3}z - i = 0.$$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $z^4 = 1 + i$

Exercice 3

Donner, sous forme trigonométrique, les solutions dans $\mathbb{C}$ de :

$$z^6 + (7 - i)z^3 - 8 - 8i = 0.$$

(Indication : Calculer $(9 + i)^2$)

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(1 - z)^6 = (z + 1)^6$.

Exercice 5

Soient $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ tels que

$$\begin{cases} a + ib &= c + id \\ a + c &= b + d. \end{cases}$$

Que pouvez-vous dire des points d'affixes a, b, c, d ?

En déduire qu'il existe $z \in \mathbb{C}$ tel que $(z - a)^4 = (z - b)^4 = (z - c)^4 = (z - d)^4$.

Exercice 6

Déterminer les triplets a, b, c de complexes tels que :

$$\begin{cases} |a| = |b| = |c| \\ a + b + c = 0 \\ abc = 1 \end{cases}$$

Indication : On pourra étudier la nature du triangle abc

Exercice 7

Dans le plan orienté, on considère un cercle Γ ; A, B, C, D 4 points situés dans cet ordre sur le cercle Γ . On note P, Q, R, S les milieux respectifs des arcs (orientés) AB, BC, CD, DA de Γ .

Montrer que les segments $[PR]$ et $[QS]$ sont orthogonaux.

On pourra utiliser les nombres complexes dans un repère bien choisi.