

Fiche 12 : TD du 5-10.

Exercice 1

On considère la fonction

$$f : x \rightarrow \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

1. Étudier la fonction f .
2. Sur quels couples d'intervalles f définit-elle une bijection et donc admet une réciproque?
3. Donner l'expression algébrique de ces différentes réciproques.

Exercice 2

Calculer sous forme algébrique :

1. $\sin(\arcsin(1/3) - \arcsin(1/4))$;
2. $\cos(\arccos(1/3) + \arccos(1/4))$;
3. $\tan(\arctan(1/3) + \arccos(1/4))$;

Exercice 3

Vérifier les égalités :

$$2 \arccos\left(\frac{3}{4}\right) = \arccos\left(\frac{1}{8}\right) \quad ; \quad \arcsin\left(\frac{5}{13}\right) + \arcsin\left(\frac{3}{5}\right) = \arcsin\left(\frac{56}{65}\right)$$

Exercice 4

On pose $x = \arcsin\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)$. Calculer $\cos(4x)$ et en déduire la valeur de x .

Exercice 5

Là où c'est possible, calculer la dérivée de

$$f : x \rightarrow \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right)$$

Expliquer le résultat trouvé.

Exercice 6

Montrer la relation, pour $x > 0$:

$$\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$$

de plusieurs manières :

1. En étudiant la fonction : $x \rightarrow \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$;
2. En déterminant $\tan\left(\pi/2 - \arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right)$;
3. En déterminant $\cos\left(\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right)$.
4. Adapter la formule pour $x < 0$.

Exercice 7

Pour a et b réels, calculer $\cosh(a+b)$, $\sinh(a+b)$, $\tanh(a+b)$ en fonction de $\cosh(a)$, $\sinh(a)$, $\tanh(a)$, $\cosh(b)$, $\sinh(b)$, $\tanh(b)$.