

Fiche 18 : Équations différentielles.

Exercice 1

Soit l'équation différentielle

$$(E) \quad y' + 2xy = x.$$

1. Résoudre l'équation homogène associée.
2. Calculer la solution de (E) vérifiant $y(0) = 1$.

Exercice 2

On s'intéresse à l'équation différentielle inconnue y , variable x :

$$(E) : \quad xy' + y = x$$

1. Résoudre l'équation homogène associée (attention à l'ensemble de définition) et représenter l'allure de ses solutions.
2. Chercher une solution particulière polynomiale.
3. En déduire "la" solution générale de (E) et donner sommairement l'allure de ses solutions.

Exercice 3

On s'intéresse à l'équation différentielle :

$$(E) : \quad xy' - y = x^2$$

1. Résoudre l'équation homogène associée (attention à l'ensemble de définition) et représenter l'allure de ses solutions.
2. Résoudre l'équation (E) et représenter sommairement l'allure de ses solutions.

Exercice 4

Avec la méthode de la variation de la constante, donner la solution générale de l'équation suivante :

$$(1 + x^2)y' + 2xy = 1$$

Exercice 5

Soit a et b des réels strictement positifs, on pose $\alpha = a + ib$. Donner une primitive (complexe) de la fonction complexe : $t \mapsto \frac{1}{t-\alpha}$.

Exercice 6

Soit x et y des fonctions dérivables de la variable t . Résoudre le système :

$$\begin{cases} x' = y + t^2 \\ y' = x - t^2 \end{cases}$$