

Fiche 44 : TD du 25-01

Exercice 1

Donner les limites des suites : $\sqrt[n]{n}$, $\frac{3^{n+2} - 5^{n+2}}{3^n - 5^n}$, $\frac{2^n - n^2}{n!}$, $(\ln(n))^{\frac{1}{n}}$.

Exercice 2

On pose pour $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n = \frac{2n-1}{n^2+n}$ et $v_n = \frac{\ln(n) + 6n^2}{3n^3 - 2n \ln(n)}$.

1. Déterminer des équivalents simples des suites $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
2. Déterminer des équivalent simples de $u_n + v_n$ et $u_n - v_n$.

Exercice 3

Donner le développement limité pour $x \rightarrow 0$ des fonctions :

1. $\cos(x) \cdot \exp(x)$ à l'ordre 3.
2. $\ln(2 \cos(x) + \sin(x))$ à l'ordre 3.
3. $\arctan(\sqrt{3} + x)$ à l'ordre 3.
4. $(1+x)^{\frac{1}{1+x}}$ à l'ordre 3.
5. $\tan(\pi/4 + x)$ à l'ordre 3.

Exercice 4

Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - \sin x}{x^3} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sqrt{1-x^2}}{x^4}$$

Exercice 5

Étudier et tracer le graphique de la fonction définie par $f(x) = \sqrt{\frac{x^4}{x^2+x+1}}$.
On montrera qu'elle admet en $\pm\infty$ des asymptotes qu'on précisera.

Exercice 6

Calculer :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (3(2)^{\frac{1}{n}} - 2(3)^{\frac{1}{n}})^n$$

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{x^e - x^x}{e^x - e^e}$$