Fiche 50 : TD du 8-02.

Exercice 1

1. Calculer le développement à la précision $o(x^3)$ pour $x \to 0$ de l'expression $f(x) = \ln^2(2+x)$.
2. Calculer le développement à la précision $o(x^3)$ pour $x \to 0$ de l'expression $f(x) = \tan(\pi/4+x)$.
3. Calculer le développement à la précision $o(x^3)$ pour $x \to 0$ de l'expression $f(x) = \arcsin(1/2+x)$.

Exercice 2

Déterminer a et b réels tel que

$$f(x) = \cos(x) - \frac{1+ax^2}{1+bx^2}$$

soit un infiniment petit d'ordre maximal quand $x \to 0$ et déterminer un équivalent simple de $f(x)$ en 0 dans ce cas.

Exercice 3

Déterminer a et b réels tel que

$$f(x) = \sin(x) - \frac{x+ax^3}{1+bx^2}$$

soit un infiniment petit d'ordre maximal quand $x \to 0$ et déterminer un équivalent simple de $f(x)$ en 0 dans ce cas.

Exercice 4

Pour $n \in \mathbb{N}$, justifier l'existence et l'unicité d'un unique $u_n \in \mathbb{R}$ tel que

$$u_n^5 + n.u_n = 1$$

Trouver un développement asymptotique à deux termes de u_n pour $n \to \infty$

Exercice 5

On note

$$f_n(x) = x.\cos^n(x)$$

pour $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et $n \in \mathbb{N}^*$.

1. Montrer que si $n \in \mathbb{N}^*$, il existe un unique de $x_n \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $f_n(x_n) = \mathrm{Max}(f_n)$.
2. Chercher $\lim_{n\to\infty} x_n$.
3. Montrer que $x_n^2 \sim \frac{1}{n}$ pour $n \to \infty$.
4. Trouver un équivalent de $f_n(x_n)$ pour $n \to \infty$.