

## Fiche 71 : Matrices.

### Exercice 1

Soit  $f$  l'endomorphisme de  $\mathbb{R}^2$  de matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & \frac{2}{3} \\ -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$  dans la base canonique. Soient  $e_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $e_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

1. Montrer que  $\mathcal{B}' = (e_1, e_2)$  est une base de  $\mathbb{R}^2$  et déterminer  $\text{Mat}_{\mathcal{B}'}(f)$ .
2. Calculer  $A^n$  pour  $n \in \mathbb{N}$ .

### Exercice 2

1. Soit  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  et soit  $B = A - I_3$ .

- (a) Calculer  $B^2, B^3$ .
- (b) Développer  $(B + I_3)^n$  par la formule du binôme et simplifier.
- (c) En déduire  $A^n$  Pour tout entier  $n$ .

2. Soit  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Pour tout entier  $n$ , calculer  $A^n$  en utilisant  $A - I_4$ .