

Mathématiques

Présentation des épreuves

Oral 1 de Mathématiques (sans préparation)

L'épreuve consiste en un oral de trente minutes sans préparation. Le sujet est composé de trois questions de difficulté croissante. La première question consiste à énoncer un résultat de cours et éventuellement à en refaire une démonstration au tableau. La deuxième question demande davantage de réflexion mais reste de difficulté raisonnable. La dernière question est plus ardue et a vocation à tester les capacités d'analyse des candidats et leur aptitude à dialoguer avec l'examinateur. Quels que soient les obstacles rencontrés par les candidats, l'examinateur lui fournit des indications pour les aider à avancer. Il n'est pas nécessaire de traiter l'intégralité du sujet pour obtenir une excellente note et les indications données pour traiter une question difficile ne sont pas pénalisantes.

Oral 2 de mathématiques (avec Python)

L'épreuve consiste en un oral avec préparation, de 30 minutes suivie d'une présentation devant l'examinateur pendant 30 minutes. Pendant la phase de préparation, les candidats disposent d'un ordinateur équipé du logiciel Python. Le sujet comporte des questions d'informatique où les candidats sont invités à créer des programmes sur l'ordinateur fourni, ainsi que des questions mathématiques. Les candidats bénéficient également d'une aide sous forme de commandes Python. Les sujets sont assez longs, il n'est donc pas nécessaire de traiter toutes les questions pour obtenir une excellente note.

Analyse globale des résultats

Cette session 2023 était la première de la filière MPI nouvellement créée.

L'évaluation a porté sur la connaissance des notions du programme et la capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes ainsi que sur la clarté de l'exposé et l'aptitude à dialoguer avec l'examinateur.

Dans leur grande majorité, les candidats ont montré une bonne connaissance des résultats de cours. En revanche, le fait de demander quelques démonstrations de résultats élémentaires s'est révélé discriminant.

Les notes les plus faibles concernent les candidats qui ont montré des lacunes importantes sur des notions de cours ou très proches du cours. Même si, à l'issue de l'oral, ils ont traité un nombre non négligeable de questions, ils sont pénalisés par l'aide que l'examinateur a dû leur fournir.

Les notes intermédiaires concernent les candidats qui connaissent les notions de cours mais qui ont, à des degrés divers, besoin d'indications pour avancer.

Les notes les plus élevées ont été attribuées à des candidats à la fois rapides et faisant preuve d'une grande autonomie. Le jury tient notamment à féliciter les quelques étudiants brillants, capables de résoudre sans aide l'intégralité de leur planche d'oral avec un exposé d'une grande clarté.

En ce qui concerne l'épreuve de mathématiques 2 en MPI, les candidats maîtrisent globalement bien Python. Cependant, pendant la phase de préparation, de nombreux candidats passent trop de temps sur les questions d'informatique au détriment des questions mathématiques. Malgré cela, certains candidats réalisent un excellent travail sur ordinateur et présentent une résolution remarquable des questions mathématiques.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Le jury propose ici quelques conseils afin de permettre aux candidats d'améliorer leur prestation.

Commençons par une remarque relative à l'aspect logistique. L'oral ne dure que trente minutes depuis l'appel des candidats jusqu'à son départ de la salle d'interrogation. On ne peut que recommander que les candidats arrivent dans la salle avec le convocation et leur pièce d'identité à la main. On éviterait ainsi la perte de précieuses minutes en début d'oral.

Qualité de l'oral

L'épreuve est un oral et il n'est pas nécessaire de tout écrire au tableau. En revanche, la précision des arguments ne doit pas s'en trouver sacrifiée, les arguments donnés à l'oral doivent être convaincants. Le tableau est un outil essentiel de l'oral. Il ne doit pas s'agir d'un brouillon ni d'une copie. Il est apprécié que les éléments essentiels de logique s'y retrouvent (introduction des variables, symboles d'implication ou d'équivalence, quantificateurs, prédicat des récurrences).

On ne peut que conseiller aux candidats de structurer systématiquement le tableau, par exemple en le divisant en trois colonnes. Il est à noter que plusieurs candidats gèrent encore de manière désorganisée leur présentation, commençant à écrire au centre du tableau et continuant ensuite là où l'espace est disponible.

Dans l'épreuve de mathématiques 1, il est nécessaire de prendre connaissance de l'énoncé au début de l'oral et il n'est pas déraisonnable d'y consacrer quelques minutes. En revanche, après cette lecture, il faut engager la conversation avec l'examineur. De trop nombreux candidats commencent silencieusement à écrire au tableau, jusqu'à une dizaine de lignes, avant que l'examineur soit contraint de les informer que l'épreuve n'est pas un écrit au tableau.

La qualité de l'interaction avec l'examineur est un critère important d'évaluation. Un candidat dynamique, qui expose à l'oral ses tentatives, est en pratique bien plus rapidement aidé qu'un candidat qui reste regarder le tableau sans rien communiquer de ses réflexions. À l'issue d'un oral où le temps joue un rôle important, la différence est grande.

Compétences mathématiques

Concernant le cours, les théorèmes de régularité des suites, séries de fonctions et intégrales à paramètres sont globalement bien maîtrisés. En revanche, énoncer la formule de Taylor avec reste intégral est problématique pour de nombreux candidats. Compte tenu de l'importance de cette formule, c'est profondément regrettable. Le théorème de Cauchy linéaire a également donné lieu à des interprétations chaotiques.

Le jury a parfois demandé des démonstrations de résultats de cours. La démonstration de l'inégalité de Markov pose également souvent problème. Le jury interroge également sur le programme de première année, et on a pu s'étonner de la lenteur avec laquelle certains candidats retrouvent la démonstration du théorème de Rolle ou encore des résultats sur les fonctions convexes. On ne peut que conseiller aux futurs candidats de travailler ces démonstrations élémentaires, dont les idées sont souvent source d'inspiration pour des questions plus difficiles.

Il est tout à fait possible, et même parfois souhaitable, de donner des arguments à l'oral pour gagner du temps, mais la précision doit être de rigueur. L'exemple typique est celui des « croissances comparées », utilisé pour lequel on est en droit de demander précisément quel est l'énoncé utilisé et en quoi il peut s'appliquer.

Quelques passages calculatoires relativement simples ont donné lieu à d'interminables développements au tableau, souvent interrompus par l'examineur, proposant d'admettre le résultat. On ne peut que

conseiller aux futurs candidats de travailler leurs réflexes en calcul, toute lenteur dans ce domaine étant pénalisante pour un oral d'une demi heure.

Les questions de dénombrement, même relativement complexes ont dans l'ensemble été traitées de façon satisfaisante. En revanche, les questions pour lesquelles il est utile d'avoir une représentation géométrique du problème se sont révélées discriminantes, en particulier les questions de topologie et de calcul différentiel. L'énoncé du théorème de projection sur un sous-espace vectoriel F de dimension finie dans un espace préhilbertien est souvent connu, mais la démonstration du fait que F et son orthogonal sont supplémentaires a posé de grandes difficultés.

Conclusion

Les candidats de la filière MPI ont réalisé dans l'ensemble des prestations de qualité, tant sur le plan de la présentation orale que sur celui des qualités mathématiques. En l'absence cette année de candidats 5/2, nous avons pu constater qu'un bon nombre d'entre eux a atteint en deux ans en mathématiques un niveau tout à fait remarquable et on ne peut que saluer leurs efforts ainsi que ceux de leurs enseignants. Le jury espère que ces quelques remarques permettront aux futurs candidats d'aborder les oraux mathématiques en ayant une vision plus précise des attendus du jury.