# TD n° 7 de Physique
# Électricité - Régime sinusoïdal forcé

## Applications directes du cours

### 1 Calculs complexes

1. Déterminer le signal temporel $u_1(t)$ associé à l'amplitude complexe

$$\underline{U_1} = \frac{3 + 9\,\mathrm{j}}{(1 + 2\,\mathrm{j})^2} + 2\,\mathrm{j}$$

2. Déterminer l'amplitude complexe $\underline{U_2}$ correspondant au signal

$$u_2(t) = 3\,\cos(\omega\,t) + 4\,\cos(\omega\,t + 0{,}5)$$

3. $x$ et $Q$ sont réels positifs. Déterminer le module et l'argument des quantités

$$\frac{1}{1 - x^2 + \mathrm{j}\,\dfrac{x}{Q}} \qquad \frac{\mathrm{j}\,Q\,x}{1 + \mathrm{j}\,Q\left(x - \dfrac{1}{x}\right)} \qquad \frac{1}{1 + \mathrm{j}\,Q\left(x - \dfrac{1}{x}\right)}$$

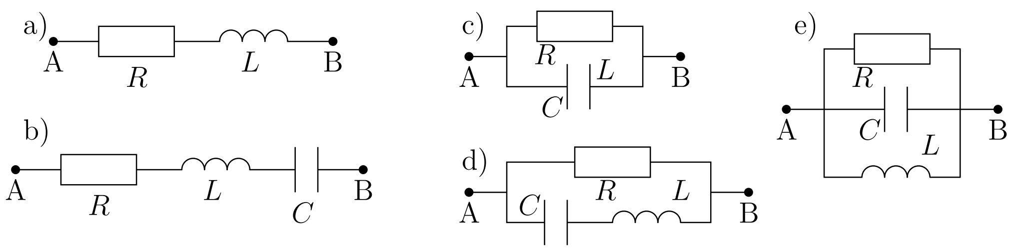
### 2 Dipôles $R$, $L$ série ou parallèle

Soit le dipôle $AB$ constitué d'une résistance $R$ et d'une bobine d'inductance $L$ associées en parallèle, le dipôle $A'B'$ constitué d'une résistance $R'$ et d'une bobine d'inductance $L'$ associées en série. Ces deux dipôles sont soumis à une même tension sinusoïdale de pulsation $\omega$.

Déterminer $R'$ et $L'$ en fonction de $R$, $L$ et $\omega$ pour que, à la pulsation $\omega$, ces deux dipôles soient équivalents. Quelle est alors la pulsation $\omega_0$ pour laquelle on a $\frac{R'}{L'} = \frac{R}{L}$ ? Calculer $\omega_0$ pour $R = 1{,}0 \cdot 10^2\ \Omega$ et $L = 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ H.

### 3 Association de dipôles

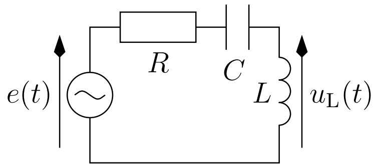
Tous les composants ci-dessous sont considérés idéaux. Déterminer, lorsque l'on impose une tension $u_{\mathrm{AB}}(t)$ sinusoïdale de pulsation $\omega$, pour chacun des schémas présentés :
– l'impédance et l'admittance complexes équivalentes entre les points A et B
– le module de ces impédances et admittances
– le déphasage de la tension par rapport au courant (en convention récepteur)

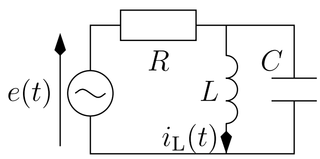


# Exercices

## 1 Résolution de circuits électriques ⋆

Dans les deux circuits ci-contre, le générateur délivre une tension alternative $e(t)$ d'amplitude $E$ et de pulsation $\omega$. On choisit l'origine des temps de sorte que la phase initiale de $e(t)$ soit nulle.



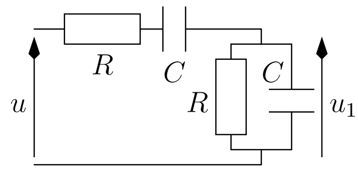




1. Dans le premier circuit, déterminer à l'aide de schémas équivalents la tension $u_\mathrm{L}(t)$ aux bornes de la bobine, dans les cas limite où $\omega \to 0$ et $\omega \to \infty$.
2. Exprimer la tension $u_\mathrm{L}(t)$ en régime permanent. Est-elle en avance ou en retard par rapport à $e(t)$ ?
3. A.N. : On donne $E = 10\,\mathrm{V}$, $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $L = 0{,}1\,\mathrm{H}$ et $C = 1\,\mathrm{\mu F}$. Calculer l'amplitude et la phase du signal $u_\mathrm{L}(t)$, pour une fréquence $f$ de $e(t)$ égale à $250\,\mathrm{Hz}$ puis à $5\,\mathrm{kHz}$.

Effectuer le même travail pour le deuxième circuit, en considérant $i_\mathrm{L}(t)$ à la place de $u_\mathrm{L}(t)$.

## 2 Notation complexe pour l'établissement d'une équation différentielle ⋆⋆

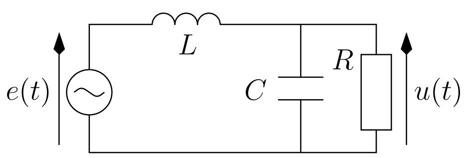
On considère le circuit ci-contre, alimenté par une tension $u(t)$ sinusoïdale de pulsation $\omega$. On posera $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

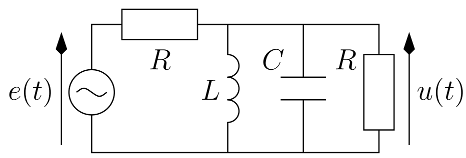



1. Déterminer le rapport $\frac{\underline{u_1}}{\underline{u}}$ en régime permanent, en fonction de $\omega$ et $\omega_0$.
2. En déduire l'équation différentielle qui relie les quantités $u(t)$ et $u_1(t)$.
3. Retrouver cette équation différentielle sans utiliser l'outil complexe. Comparer et conclure...
   *Entraînement : changer un des condensateurs en bobine, puis l'autre, puis les deux.*

## 3 Calcul et représentation de tension ⋆⋆

Soient les deux circuits ci-dessous, dans lesquels $e(t) = E\,\cos(\omega\,t)$ :




Pour chaque circuit,

1. Dessiner l'équivalent complexe du circuit.
2. Déterminer l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U}$ associée à $u(t)$.
3. Exprimer le module et l'argument de $\underline{U}$ en fonction de $\omega$.
4. Déterminer la pulsation de résonance.
5. Tracer l'évolution du module et de l'argument de $\underline{U}$ en fonction de $\omega$.

## 4 Équation différentielle et comportement basse fréquence ⋆⋆

On reprend les deux circuits de l'exercice 3. Pour chacun des deux :

1. Déterminer l'équation différentielle régissant l'évolution de $u(t)$.
2. À l'aide d'un schéma équivalent, exprimer $u(t)$ en basses fréquences.
3. Comment peut-on lier les résultats des deux questions précédentes ?