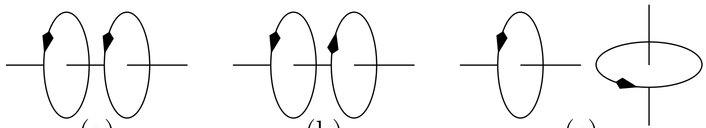
TD n° 25 de Physique
Induction dans les circuits électriques

Applications directes du cours

1 Spires et inductance mutuelle

On considère trois associations de deux bobines, parcourues par des courants dont le sens est indiqué sur le schéma ci-contre. Dans chaque cas, indiquer le signe de l'inductance mutuelle.



(a) (b) (c)

2 Induction mutuelle entre deux bobines en influence totale

Deux tronçons de bobines « infinies » de même axe, de même longueur ℓ et de section quasi identique S sont l'une à l'intérieur de l'autre de manière à être en influence totale (toute ligne de champ qui passe dans une bobine passe dans l'autre). La plus extérieure (numéro 1) possède N_1 spires et est parcourue par un courant i_1, et la plus intérieure (numéro 2) possède N_2 spires et est parcourue par un courant i_2. On rappelle que le champ magnétique créé à l'intérieur d'un solénoïde infini est $B = \mu_0\, n\, I$, où n est la densité de spires, c'est-à-dire le nombre de spire par unité de longueur.
Déterminer le coefficient d'inductance mutuelle M entre ces bobines et vérifier la relation $M^2 = L_1\, L_2$.

3 Influence du champ magnétique terrestre sur un téléphone portable

Un expérimentateur tient son téléphone portable dans sa main. Alors que le téléphone se met à sonner, l'expérimentateur l'amène d'un position horizontale (sur la table) à une position verticale (contre l'oreille). On modélise le circuit électronique du téléphone par une grande spire de la taille du téléphone, et on tient compte de la composante horizontale du champ magnétique terrestre, d'environ $2 \cdot 10^{-5}$ T.
Quel est, dans le pire des cas, l'ordre de grandeur de la force électro-motrice induite dans le téléphone ? Commenter.

Exercices

1 Spire en rotation

Une spire circulaire de surface S et de résistance R est en rotation, à la vitesse angulaire ω constante, autour d'un axe Δ de ses diamètres. Elle est placée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B}$, orthogonal à Δ.

1. Établir l'expression de la f.é.m induite e dans la spire.
2. Déterminer le moment magnétique de la spire.
3. En déduire le couple de Laplace instantanée puis moyen qui s'exerce sur la spire. Commenter.

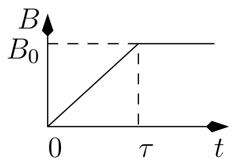
2 Spire autour d'un solénoïde

Un solénoïde de rayon $R_1 = 2\,\text{cm}$ et de résistance $R = 6{,}8\,\Omega$, constitué de $n = 10$ spires par cm, est alimenté par un générateur de tension $U = 30\,\text{V}$ et de résistance interne $r = 1{,}2\,\Omega$. Une spire conductrice de rayon $R_2 = 4\,\text{cm}$ est placée autour du solénoïde : elle a le même axe que celui-ci et on l'oriente de façon à compter positivement le flux du champ magnétique extérieur.

On rappelle que le champ magnétique créé à l'intérieur d'un solénoïde infini est $B = \mu_0\, n\, I$, où n est la densité de spires, c'est-à-dire le nombre de spire par unité de longueur. À l'extérieur, un solénoïde infini crée un champ magnétique nul.

1. Quel est, en régime permanent, le flux magnétique à travers la spire ?
2. On décide d'éteindre le générateur qui alimente le solénoïde (en gardant un circuit fermé), à l'instant que l'on définira comme $t = 0$. L'intensité du courant qui le traverse décroît alors au cours du temps selon la loi $i(t) = i_0 \exp\left(-\dfrac{t}{\tau}\right)$. Quelle est alors la force électromotrice induite dans la spire ?

3 Spire fixe dans un champ variable

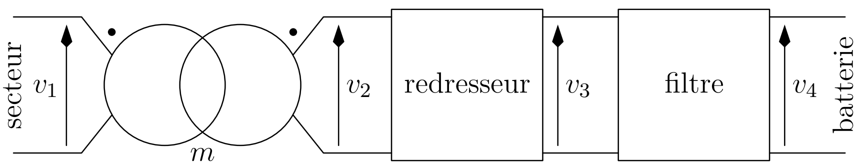


Une spire rectangulaire de côtés $a = 12{,}5\,\text{cm}$ et $b = 8{,}0\,\text{cm}$, de résistance $R = 0{,}10\,\Omega$, est placée dans un champ magnétique uniforme, orthogonal au plan de la spire. La norme du champ varie en fonction du temps comme indiqué ci-contre, avec $B_0 = 0{,}50\,\text{T}$ et $\tau = 1{,}0\,\text{s}$.

1. Déterminer le sens (sur un schéma représentant la spire et le champ magnétique) et l'intensité du courant induit pour t tel que $0 \leq t \leq \tau$, en négligeant l'inductance propre de la spire.
2. Calculer la charge q transportée par le courant induit pendant l'intervalle de temps τ. Montrer qu'elle est en réalité indépendante de τ.
3. Que se passe-t-il pour $t \geq \tau$, sachant que l'inductance propre de la spire (unique) est $L = 1\,\mu\text{H}$?

4 Dimensionnement d'un transformateur

On cherche à dimensionner le transformateur utilisé pour recharger un portable. La chaîne d'énergie, logée dans un boîtier placée sur le cordon d'alimentation du portable, se compose successivement :
- de l'alimentation du secteur qui délivre la tension $v_1(t) = V_{0,1}\, \sin(2\,\pi\, f_0\, t)$ où $f_0 = 50\,\text{Hz}$ et $V_{0,1} = 240\,\text{V}$
- d'un transformateur dont la sortie est $v_2(t) = V_{0,2}\, \sin(2\,\pi\, f_0\, t)$ et dont le rapport de transformation est noté m
- d'un redresseur, montage qui délivre la valeur absolue v_3 de la tension d'entrée v_2
- d'un filtre moyenneur, dont la sortie v_4 est la valeur moyenne de la tension d'entrée v_3. La batterie du portable est branchée à la sortie. Elle requiert une tension de charge constante $v_4 = 12\,\text{V}$.



1. Que vaut $V_{0,2}$ en fonction de $V_{0,1}$?
2. Tracer le graphe de la tension $v_3(t)$.
3. Quelle est la nature du filtre moyenneur ? Quelle doit être sa fréquence de coupure ?
4. Établir l'expression de la tension v_4 en fonction de $V_{0,1}$.
5. En déduire la valeur de m.

5 Plaque chauffante à induction

Le chauffage du fond métallique des récipients de cuisson peut être directement réalisé au moyen de courants de Foucault induits par un champ magnétique variable.

Logé dans une table en céramique, un bobinage nommé inducteur, alimenté en courant sinusoïdal, génère ce champ. Le transfert d'énergie électrique s'effectue par induction mutuelle entre ce bobinage et la plaque circulaire assimilable à une spire unique fermée sur elle-même, situé au fond de la casserole.

L'inducteur, de 5 cm de rayon, comporte 20 spires de cuivre de résistance électrique $R_1 = 1{,}8 \cdot 10^{-2}\,\Omega$ et d'autoinductance $L_1 = 30\,\mu\text{H}$. La plaque de résistance $R_2 = 8{,}3\,\text{m}\Omega$ et d'autoinductance $L_2 = 0{,}24\,\text{mH}$, nommée induit, est assimilable à une spire unique refermée sur elle-même. L'inducteur est alimenté par une tension $v_1(t)$. L'ensemble inducteur-induit se comporte comme deux circuits couplés par une inductance mutuelle M.

1. Écrire les équations électriques relatives aux deux circuits (équations de couplage entre i_1 et i_2).
2. En déduire l'expression littérale du rapport des amplitude complexes $\dfrac{\underline{I_2}}{\underline{I_1}}$.
3. En déduire l'expression littérale de l'impédance complexe du système $\underline{Z_\text{e}} = \dfrac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}}$
4. On choisit ω telle que $R_1 \ll L_1\,\omega$ et $R_2 \ll L_2\,\omega$. Simplifier les deux expressions littérales précédentes, puis effectuer l'application numérique de leur module, avec une inductance mutuelle estimée à $2\,\mu\text{H}$.
5. On soulève la casserole. Déterminer, par un raisonnement qualitatif, si l'amplitude du courant i_1 dans l'inducteur augmente ou décroît.

6 Rails de Laplace en régime transitoire

À l'extrémité de deux rails conducteurs parallèles, espacés d'une distance d, dont on néglige la résistance électrique, est connecté un générateur de tension à vide E et de résistance interne R. Un interrupteur K permet de débrancher ce dipôle. On pose sur les rails une tige de résistance R et de masse m. Le tout est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ orthogonal aux rails. On néglige l'inductance propre du circuit et les frottements.

À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

1. Expliquer pourquoi le déplacement de la tige entraîne la création d'une force électromotrice induite $e = -B\,d\,v$ au sein de la tige.
2. Établir le système d'équations électrique et mécanique faisant intervenir la vitesse v et l'intensité I.
3. En déduire une équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse. La résoudre.
4. Faire un bilan énergétique entre deux instants voisins.