

tirer partie de ses connaissances pour proposer une réflexion adaptée. Il faut aussi garder à l'esprit que l'épreuve orale de Mathématiques est une épreuve « longue ». L'objectif est de garder l'énergie adéquate pour tenir la longueur et être actif tout au long de la prestation.

1.4 Mathématiques - filière PSI

1.4.1 Déroulement de l'épreuve

L'oral de mathématiques de la filière PSI se déroule en deux temps : un temps de préparation sur table d'une quinzaine de minutes environ suivie d'un exposé au tableau pouvant aller de 50 minutes à une heure. À son entrée dans la salle, le candidat se verra proposer un premier exercice à préparer. Le deuxième sera donné pendant l'exposé et devra être traité directement. L'examinateur décide du moment pour changer de sujet sans attendre nécessairement que le premier exercice soit traité intégralement. En pratique la durée de chaque exercice sera la plupart du temps comprise entre 20 et 35 minutes, à la discrétion de l'examinateur.

Les deux exercices porteront de préférence sur des parties différentes du programme : algèbre puis analyse ou analyse puis probabilité par exemple. Le candidat pourra être interrogé sur la totalité des programmes de PCSI et de PSI. Un troisième exercice pourra parfois être proposé par l'examinateur. Cette proposition ne doit pas être interprétée comme un signe ou une condition de réussite de l'épreuve et n'influe pas en elle-même sur la note finale.

Enfin, il convient de rappeler que la note finale obtenue par le candidat est toujours à interpréter comme un outil de classement relatif à l'ensemble des admissibles et non comme un jugement de valeur.

1.4.2 Remarques sur la session 2024 et conseils aux futurs candidats

Le jury commence par féliciter les candidates et candidats de la session 2024. La majorité d'entre eux font preuve d'une bonne maîtrise des concepts étudiés lors des deux années de classes préparatoires et a une approche pertinente de l'exercice de l'oral.

1 Nature de l'épreuve

Il est important de comprendre que l'oral n'est pas une répétition des épreuves écrites et que l'on n'attend pas à ce que le candidat rédige une copie au tableau.

Cependant, à l'inverse, il faut se servir du support écrit et ne pas se contenter d'avancer oralement des idées plus ou moins floues. Les théorèmes utilisés doivent en particulier être cités de manière précise et il faut en vérifier les hypothèses.

Le jury apprécie quand un candidat est capable de lister tous les théorèmes qui peuvent s'appliquer à une situation donnée (interversion limite intégrale, diagonalisabilité d'une matrice,...) avant de réfléchir à celui qui semble le plus adapté à la situation. Cette phase de réflexion ne doit cependant pas se muer en une série de propositions faites à l'examinateur afin d'obtenir sa

validation. L'esprit d'initiative et la capacité des candidats à mener un raisonnement de façon autonome font partie des attendus du concours.

Un oral est une discussion avec l'examineur. Il est nécessaire que le candidat ne reste pas tout le temps face à son tableau. Il doit parler de manière claire et intelligible. Par ailleurs, il faut aussi qu'il soit à l'écoute et qu'il sache réagir positivement lors qu'on lui donne une indication, la meilleure solution étant de commencer par la noter à l'écrit au tableau. Par contre, cela ne signifie pas qu'il faille attendre de la part de l'examineur une approbation permanente ou la solution à tous les problèmes.

Le jury tient à rappeler que tous les résultats dont la démonstration n'est pas explicitement indiquée dans le programme comme non exigible sont, de fait, exigibles. Un énoncé précis peut être demandé aux candidats à tout moment, ainsi qu'une démonstration, complète ou ébauchée. Ces questions de cours pourront être utilisées à la discrétion de l'examineur pour, entre autres, évaluer la précision des connaissances du candidat.

2 Conseils pratiques.

- Il est recommandé de commencer son exposé en précisant les questions traitées (en partie ou intégralement) lors de la préparation. Ce bref résumé ne dispense cependant pas de présenter les détails des questions traitées dans un second temps.
- Il convient de tenir un tableau organisé et lisible et de cantonner les abréviations à un usage raisonnable et classique. Il est préférable de demander l'autorisation à l'examineur avant d'effacer.
- Bizarrerie notée cette année, l'introduction d'abréviations orales dans un exposé est souvent du plus mauvais effet. On citera l'usage de « diagose » et « trigose » ou de « la fonction expo ».
- Dans le cas où l'on souhaite faire usage de résultats qui ne sont pas dans le programme officiel (étude des matrices nilpotentes, théorème de Césaro, ...), il est nécessaire de pouvoir en donner une démonstration. Notons cependant qu'aucun exercice n'est posé avec pour prérequis implicite l'usage d'un tel résultat.
- Il est important, durant la préparation, de bien prendre connaissance de l'énoncé dans son intégralité, et de travailler à identifier quelles parties du cours pourraient aider à sa résolution.
- L'épreuve étant d'une durée limitée, il faut être efficace, sans perte de rigueur, dans l'exposé de ce qui a été réalisé en préparation. Les digressions orales sans but précis sont à proscrire.

3 Points de vigilance.

Le jury rappelle que les interrogations orales peuvent porter sur la totalité des programmes de PCSI et de PSI. Certains chapitres semblent globalement moins maîtrisés que d'autres, comme par exemple le dénombrement et les probabilités dans leur ensemble, le calcul différentiel et notamment les équations différentielles ainsi que les nombres complexes.

La liste qui suit n'est pas à interpréter comme un jugement porté sur la qualité des prestations des candidats de la session 2024, mais comme une liste de points à surveiller lors de la préparation à l'oral.

Généralités.

- Un nombre extrêmement minoritaire de candidats s'est présenté à l'oral en ayant visiblement fait l'impasse sur des parts entières du programme (souvent en probabilités). Ils ont été lourdement sanctionnés.
- De nombreux candidats peinent à mener des calculs sans erreurs. Cela concerne les calculs d'équivalents pour étudier la nature d'une série ou d'une intégrale, les calculs algébriques et notamment la gestion puissance mais aussi les calculs de déterminants. Par ailleurs, s'il n'est pas nécessaire de connaître par cœur toutes les formules de trigonométrie, il faut savoir les retrouver rapidement.
- Les manipulations de sommes (finies ou de séries) posent de nombreux problèmes aux candidats : nous rappelons que les changements d'indices sont un attendu du programme de PCSE.
- Les candidats manquent souvent de recul relativement aux calculs dans le corps des nombres complexes : les résolutions d'équations polynomiales de degré 2 à coefficients complexes (le signe du discriminant n'est pas bien défini), l'interprétation géométrique du module et de l'argument et les manipulations de nombres sous forme trigonométrique posent régulièrement problème.

Algèbre.

- Pour montrer qu'une partie d'un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel, il n'est pas toujours pertinent d'essayer de montrer la stabilité par combinaison linéaire. Il peut être plus efficace de voir que cette partie est le noyau ou l'image d'une application linéaire bien choisie.
- Des candidats n'utilisent pas, dans le cadre du théorème spectral, le fait que l'on puisse choisir une base *orthonormée* de vecteurs propres ou une matrice P *orthogonale* et peinent alors à résoudre des exercices généralisant le cours sur l'étude de S_n^+ et de S_n^{++} .
- De façon plus générale, l'énoncé du théorème spectral pour les endomorphismes auto-adjoints n'est pas toujours bien compris. Quand u est un endomorphisme auto-adjoint, les candidats, ont parfois tendance à choisir une base orthonormée dans laquelle la matrice de u est auto-adjoint réelle puis à utiliser le théorème spectral sur cette matrice.
- L'interprétation de relations entre des puissances d'une même matrice à l'aide d'un polynôme annulateur pose parfois problème, alors qu'elle est souvent utile à la résolution d'exercices.

Analyse.

- Les énoncés précis des différents théorèmes d'interversion au programme sont souvent mal restitués, et leur usage est trop souvent approximatif. Il convient, avant de se lancer dans un long calcul, de vérifier que les hypothèses du théorème souhaité sont vérifiées.

- La nature de la convergence d’une série entière. Une telle série (de rayon de convergence R) ne converge pas nécessairement uniformément sur l’intervalle ouvert $] - R, R[$.
- Pour les intégrales généralisées, la nature est souvent bien mieux traitée dans le cas des bornes infinies que dans le cas des bornes finies. De nombreux candidats ne savent pas que $t \mapsto \log t$ est intégrable sur $]0, 1]$ et ont du mal à le démontrer quand on leur demande.
- Les exercices de résolution (guidée) d’équations aux dérivées partielles mettent trop souvent les candidats en échec. Le jury rappelle que l’usage de la règle de la chaîne fait partie des attendus du programme de PSI.
- Le théorème sur les séries alternées est généralement bien appliqué pour démontrer la convergence d’une série, mais la majoration du reste est souvent oubliée.

Probabilités.

- Le jury rappelle que les probabilités font partie du champ des mathématiques, et ne doivent donc en aucun faire l’objet d’une impasse ou servir de prétexte à un relâchement de rigueur.
- Pour établir l’indépendance de variables aléatoires, le jury attend un argument plus précis qu’une vague évocation du lemme des coalitions. Il semble nécessaire de préciser les hypothèses du théorème et de vérifier qu’elles s’appliquent dans le cadre de l’exercice.

