

## CORRECTION

**Exercice 1**

Donner les limites suivantes,

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \exp(x)$

5.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(x)$

6.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(x)}{x}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x)$

chaque limite devra être justifiée par un des groupes nominaux suivant :

a) limite usuelle

d) somme de limites

g) taux d'accroissement

b) continuité

e) produit de limites

h) croissance comparée

c) limite de polynôme

f) quotient de limites

i) théorème d'encadrement

**correction :**

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$  (quotient)

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$  (limite usuelle)

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty$  (limite usuelle)

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \exp(x) = e^0 = 1$  (continuité)

5.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(x) = 0$  (limite usuelle)

6.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(x)}{x} = 0$  (théorème d'encadrement)

7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(x)-1}{x} = 0$  (taux d'accroissement)

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x) = 0$  (croissance comparée)

**Exercice 2**

Soient  $u$  et  $v$  sont des fonctions définies et dérivables sur  $\mathbb{R}$ ,  $v$  est à valeurs dans  $\mathbb{R}^{+*}$ .  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Donner les dérivées suivantes en précisant le domaine de dérivabilité à coté,

1.  $\sin' =$

2.  $\cos' =$

3.  $\tan' =$

4.  $\exp' =$

5.  $\ln'(x) =$

6.  $\frac{d\sqrt{x}}{dx}|_x =$

7.  $\sin(u)' =$

8.  $(uv)' =$

9.  $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

10.  $\ln(v)' =$

11.  $(e^u)' =$

12.  $(\sqrt{v})' =$

13.  $(u^n)' =$

14.  $(1/v^n)' =$

**correction :**

1.  $\sin' = \cos$  sur  $\mathbb{R}$

2.  $\cos' = -\sin$  sur  $\mathbb{R}$

3.  $\tan' = 1 + \tan^2 = \frac{1}{\cos^2}$  sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi : k \in \mathbb{Z} \right\}$

4.  $\exp' = \exp$  sur  $\mathbb{R}$

5.  $\ln'(x) = \frac{1}{x}$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$

6.  $\frac{d\sqrt{x}}{dx}|_x = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$  (Attention le domaine de dérivabilité n'est pas le domaine de définition pour la racine!)

7.  $\sin(u)' = \cos(u)u'$  sur  $\mathbb{R}$

8.  $(uv)' = u'v + uv'$  sur  $\mathbb{R}$

9.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$  sur  $\mathbb{R}$

10.  $\ln(v)' = \frac{v'}{v}$  sur  $\mathbb{R}$

11.  $(e^u)' = e^u u'$  sur  $\mathbb{R}$

12.  $(\sqrt{v})' = \frac{v'}{2\sqrt{v}}$  sur  $\mathbb{R}$

13.  $(u^n)' = nu'u^{n-1}$  sur  $\mathbb{R}$

14.  $(1/v^n)' = -nv'v^{-n-1}$  sur  $\mathbb{R}$